DIE NATURWISSENSCHAFTEN

WOCHENSCHRIFT FÜR DIE FORTSCHRITTE DER NATURWISSENSCHAFT, DER MEDIZIN UND DER TECHNIK

HERAUSGEGEBEN VON

DR. ARNOLD BERLINER UND PROF. DR. AUGUST PÜTTER

Sechster Jahrgang. 1. November 1918. Heft 44.

Über ein Schutz- und Heilserum gegen die Weilsche Krankheit (ansteckende Gelbsucht).

Von Geh.-Rat Prof. Dr. Uhlenhuth,

o. ö. Professor an der Universität Straßburg, Direktor des Instituts für Hygiene und Bakteriologie.

Die Weilsche Krankheit oder ansteckende Gelbsucht ist eine *Kriegsseuche,* die an der Westfront in den Sommermonaten der letzten Jahre gehäuft aufgetreten ist. Im Frieden kam sie verhältnismäßig selten vor, und ist hier vorzugsweise auch beim Militär beobachtet worden.

Das *klinische Bild* der Weilschen Krankheit ist durch *Gelbsucht, Milzschwellung* und *starken Eiweißgehalt* des *Urins* charakterisiert. Die Erkrankung beginnt plötzlich mit *hohem Fieber, schwerem allgemeinen Krankheitsgefühl* und heftigen *nervösen* und *gastrischen* Erscheinungen; sehr charakteristisch sind insbesondere die sich schon sehr frühzeitig einstellenden heftigen *Muskelschmerzen,* besonders in den Waden. Mit dem Auftreten der Gelbsucht beobachtet man häufig Schwellungen und Schmerzhaftigkeit der Leber, sowie auch Neigung zu Haut- und Nasenblutungen. Der Verlauf der Krankheit ist meist ein gutartiger; doch werden häufig auch schwere Fälle beobachtet, so daß die Sterblichkeit vielfach 10—15 % beträgt. Häufig kommt es nach dem ersten Abfall des Fiebers und nach einem etwa einwöchentlichen fieberfreien Intervall zu einem zweiten Temperaturanstieg von kurzer Dauer.

In meiner Eigenschaft als beratender Hygieniker einer Armee hatte ich Gelegenheit, in Gemeinschaft mit Stabsarzt Prof. *Fromme* die Ursache und das Wesen dieser bis dahin dunklen Krankheit aufzuklären. Nachdem es gelungen war, durch Einspritzung von Blut kranker Menschen die Krankheit auf *Meerschweinchen* zu übertragen, entdeckten wir den Erreger dieser Krankheit.

Dieser Mikroorganismus — die *Spirochaeta icterogenes* — ist ein zu den Protozoen gehöriger Parasit, der im Blut und in den Organen weilkranker Menschen und Tiere vorkommt. Wendet man besondere Färbungsmethoden an und betrachtet die gefärbten Ausstriche z. B. einer Meerschweinchenleber, wo er besonders reichlich sich findet, bei 1000facher Vergrößerung unter dem Mikroskop, so sieht man die Spirochäte als einen sehr zarten Faden von kleiderbügelartiger Gestalt mit feinen Windungen und Schlängelungen. Lebend untersucht — bei Dunkelfeldbeleuchtung — zeigt er schlängelnde, wurmartige z. T. rotierende Bewegungen. Seine Züchtung ist uns auch außerhalb des Tierkörpers in verdünntem Kaninchenserum unter Luftabschluß gelungen.

Die Krankheit ist nicht direkt von Mensch zu Mensch ansteckend wie etwa Masern oder Typhus. Nach neueren Untersuchungen der Japaner und unseren eigenen Beobachtungen wird die Krankheit wahrscheinlich durch die auch in unseren Schützengräben so zahlreich vorkommenden *Ratten* verbreitet, die latent erkranken und den Erreger durch den Urin ausscheiden. Jedenfalls konnten von uns in Stellungen an der Front, wo Weilfälle beim Menschen vorkamen, infizierte Ratten gefangen werden (*Fromme*). Auch *Insekten* (Mücken, Fliegen) spielen bei der Übertragung vielleicht eine Rolle.

Wenn spirochätenhaltiges Blut oder der Urin eines kranken Menschen oder Tieres, der auch vielfach reichliche Mengen von Spirochäten enthält, auf die rissige Haut eines gesunden Menschen gelangen, wie das bei den Versuchen im Laboratorium leicht vorkommen kann, können auch direkte Infektionen zustande kommen. Unter Umständen durchdringen sie sogar auch die unverletzte Haut und Schleimhaut. Auf alle diese interessanten Verhältnisse kann ich an dieser Stelle nicht näher eingehen[1]).

Die weiteren Forschungen, die im Anschluß an unsere Arbeiten im Felde in dem mir unterstellten Hygienischen Institut zu Straßburg fortgesetzt wurden, erstreckten sich nun auf die *Auffindung eines wirksamen Schutz- und Heilmittels,* um die Seuche bei unseren Truppen im Felde wirksam bekämpfen zu können. Diese Arbeiten gehen aus von der interessanten Beobachtung, daß Menschen, welche die Krankheit überstanden haben, in ihrem Blutserum Stoffe aufweisen, welche imstande sind, den Erreger abzutöten.

Diese Stoffe, die im Blutserum gesunder Menschen nicht vorkommen, entwickeln sich, wie man durch besondere Versuche feststellen kann, während der Krankheit. Die Rekonvaleszenten von Weilscher Krankheit erfreuen sich daher einer ausgesprochenen Immunität. Vermischt man das Blutserum von Rekonvaleszenten mit dem spirochätenhaltigen Blut eines an der Krankheit gestorbenen Meerschweinchens oder einer Spirochäten-Reinkultur und spritzt diese Mischung, die man kurze Zeit stehen läßt, einem Meerschweinchen ein, so bleibt das Tier völlig gesund, während die Meerschweinchen erkranken und sterben, wenn man in gleicher Weise das Blutserum gesunder Menschen mit dem spirochätenhaltigen

[1]) Siehe Zeitschrift für Immunitätsforschung Bd. 25, Heft 4—6. Med. Klinik 1915, Nr. 44, 46, 47, 50. Berl. Klin. Wochenschr. 1916, Nr. 11. Deutsche med. Wochenschr. 1917, Nr. 50.

Material vermischt und dann den Tieren einspritzt. Es genügen schon geringe Mengen 0,1 bis 0,01 ccm Rekonvaleszentenserum, um die zahlreichen in 1 ccm Blut vorhandenen Spirochäten unwirksam zu machen und die Tiere vor der Infektion zu *schützen*. Diese Schutzstoffe halten sich sehr lange im Blut nach Überstehen der Krankheit; sie konnten in einem Falle noch nach 22½ Jahren nachgewiesen werden.

Auch *Meerschweinchen* und *Kaninchen*, die die Krankheit überstanden haben und wieder gesund geworden sind, besitzen einen hohen Grad von Immunität. Interessant ist die Tatsache, daß Meerschweinchen diese Immunität auf ihre Nachkommen zu vererben imstande sind, wie wir durch größere Versuchsreihen festgestellt haben. Drei von einem Meerschweinchenpaar abstammende Würfe erwiesen sich, als sie im Alter von 6—8 Wochen mit virushaltigem Material geimpft wurden, als immun, während gleichaltrige Kontrolltiere erkrankten und an Weilscher Krankheit eingingen. Die weiter von dem ersten Wurf abstammenden Jungen zeigten keine Immunität mehr. Es scheint also die Immunität auf die zweite Generation bzw. die Enkel nicht überzugehen.

Die Schutzstoffe im Serum von Rekonvaleszenten und von Menschen, die vor längerer Zeit die Weilsche Krankheit durchgemacht haben, zeigten nach unseren Versuchen auch eine ausgesprochene *heilende* Wirkung. Durch Einspritzung von 1—2 ccm Rekonvaleszentenserum konnten Meerschweinchen zwei bis drei Tage nach der Infektion mit virulentem Leberbrei noch gerettet werden. Tiere, die schon gelb waren (vierter bis fünfter Tag), konnten zwar nicht mehr vor dem Tode bewahrt werden, jedoch verschwanden die Spirochäten nach der Einspritzung des Serums aus den Organen. Werden, umgekehrt Meerschweinchen mit 2 ccm Rekonvaleszentenserum gespritzt, so schützt diese Menge in der Regel gegen eine sechs bis sieben Tage später erfolgende Infektion.

Nach diesen Erfolgen lag es nahe, das Rekonvaleszentenserum auch bei der *Behandlung kranker Menschen* zu verwenden. Dies ist in umfangreicher Weise geschehen. Das Serum wurde durch Berkefeldfilter filtriert und mit 0,5prozentigem Karbol versetzt. Die Erfolge waren bei frühzeitiger Anwendung recht beachtenswert. Auch ist von anderer Seite über günstige Erfolge bei der Anwendung von Rekonvaleszentenserum berichtet worden (*Herbach, Heidenheim, Sick, Mann* u. a.).

Die Behandlung mit Rekonvaleszentenserum kann aber nur als Notbehelf angesehen werden, da die Beschaffung solchen Serums aus äußeren Gründen auf Schwierigkeiten stößt. Auch muß man annehmen, daß die Schutzstoffe bei Menschen, die die Krankheit überstanden haben, zur Zeit der Entnahme des Serums noch nicht optimal entwickelt sind.

Wir sind daher bestrebt gewesen, *Serum von Tieren* zu gewinnen. Wie wir in unseren früheren Arbeiten mitgeteilt hatten, haben die in unserem *Feldlaboratorium* ausgeführten Versuche, hochwertige, für die Praxis brauchbare Sera von größeren Tieren (Pferden, Esel) zu gewinnen, nicht zum Ziel geführt. Vom *Kaninchen* hatten wir dagegen schon damals ein wirksames Serum, vom *Hammel* nur schwach wirksames Serum erhalten. Nach Überwindung gewisser technischer Schwierigkeiten *gelingt es nunmehr, ein für die Praxis brauchbares Immunserum* zu erzielen.

Zur Gewinnung hochwertiger Sera haben wir die an Weilscher Krankheit schwer erkrankten Meerschweinchen getötet und nach der Abhäutung und Entfernung des Magendarmtraktus in der Fleischhackmaschine unter sterilen Kautelen in toto zu einem Organbrei zerkleinert und eine Blut-Organaufschwemmung hergestellt. Der Organbrei eines ganzen Meerschweinchens wurde mit einem Liter steriler physiologischer NaCl-Lösung versetzt. Nachdem es uns gelungen war, größere Mengen Kulturflüssigkeit zu gewinnen, haben wir auch diese mit Vorteil zur Immunisierung herangezogen. Nach den bisherigen Beobachtungen scheint es jedoch so, als ob sich mit dem hochvirulenten Blut-Organmaterial von kurz vor dem Verenden getöteten Meerschweinchen die Tiere wirksamer immunisieren ließen als mit dem in seiner Virulenz immerhin variablen Kulturmaterial.

Das Serum wurde von *Hammeln* und *Pferden* gewonnen. Die Pferde und Hammel wurden nach verschiedenen Methoden behandelt, einmal durch langsame, über längere Zeit (zwei Jahre) sich hinziehende Einspritzungen von verhältnismäßig kleinen Dosen Organsaft (bis zu 50—100 ccm) oder durch steigende größere Dosen (100, 300, 500, 750, 1000 ccm) Organ- und Kulturmaterial in einem Zeitraum von acht Monaten. — Die gewonnenen Sera zeigten einen Titer von 1 : 100. Das ist schon ein sehr gutes Resultat, wenn man bedenkt, daß 0,01 ccm Immunserum gegen 1,0 Virusblut schützt, von dem 1,0 ccm einer Verdünnung von etwa 1 : 20 000 die Kontrolltiere krank macht und tötet. Nach den bisherigen Versuchen hat es den Anschein, als ob sich höhere Werte bei diesen Tieren nur schwer erzielen lassen.

Bei *Kaninchen* gelingt es leicht, noch höhere Werte zu erreichen. Wenn man Kaninchen durch eine einmalige Einspritzung von größeren Dosen (50 ccm spirochätenhaltiger Leberbrei) krank macht — sie bekommen darauf typischen Ikterus —, so haben sie nach Überstehen der Infektion häufig schon Schutzwerte von 1 : 200 in ihrem Serum. Man kann sich also sehr schnell durch Vorbehandlung einer Anzahl Kaninchen ein wirksames Serum herstellen, was für die Feldpraxis unter Umständen von Bedeutung ist. Durch weitere Injektionen läßt sich das Serum noch höher treiben (1 : 500 usw.).

Mit Rücksicht auf die in der *Armee* besonders in der Sommerzeit auftretenden gehäuften Er-

krankungen an Weilscher Krankheit mit ihrem oft bösartigen Verlauf und ihrer ziemlich erheblichen Mortalität, dürfte es sich empfehlen, von der Anwendung des spezifischen Serums umfangreichen Gebrauch zu machen, zumal wir ja sonst der doch immerhin nicht gutartigen Erkrankung therapeutisch machtlos gegenüberstehen. Die sehr günstigen Resultate im Tierversuch und die mit dem Rekonvaleszentenserum gemachten Erfahrungen zwingen geradezu dazu, das Serum beim Menschen zu versuchen. Notwendig ist eine *möglichst frühzeitige Anwendung* ganz im Beginn der Erkrankung, wenn möglich, noch bevor der Ikterus sich ausgebildet hat, und die *Einspritzung nicht zu kleiner Dosen* (50 ccm und mehr) intramuskulär (resp. intravenös).

Dann steht zu erwarten, daß das Serum den schweren Krankheitsverlauf günstig beeinflussen wird.

Prophylaktisch angewandt, würde das Serum einen hervorragenden Schutz gewähren, doch liegt bei dem immerhin nur zerstreuten Auftreten der Weilschen Krankheit eine strenge Indikation zur prophylaktischen Anwendung wohl kaum vor. Jedoch wäre bei gehäuftem Auftreten der Krankheit im Hinblick auf die Ausstreuung des Virus durch *Ratten* und eine eventuelle Übertragung durch *Insekten* in gewissen stark verseuchten Gegenden auch daran zu denken. Jedenfalls würde seine Anwendung bei den leider schon mehrfach beobachteten Laboratoriumsinfektionen — unmittelbar nach der Infektion — zweifellos indiziert und von großem Nutzen sein.

Das Serum gegen die Weilsche Krankheit[1]) wird von dem Pharmazeutischen Institut *L. W. Gans, Oberursel*, in den Handel gebracht.

Die nichteuklidschen Geometrien und das Raumproblem.

Von Dr. Hilda Geiringer, z. Zt. Berlin.

I.

Das Raumproblem.

„Die Raumanschauung des Menschen wurzelt in dessen *physiologischer* Konstitution. Die geometrischen Begriffe entwickeln sich durch Idealisierung *physikalischer* Raumerfahrungen. Das geometrische System endlich wird durch die *logische* Ordnung des gewonnenen begrifflichen Stoffes geschaffen"[2]).

Mit diesen Worten ist die Raumlehre in die Naturwissenschaften eingereiht. Denn das charakteristische einer Naturwissenschaft, einer Wissenschaft von der Außenwelt, kann nur darin bestehen, daß sie uns die Tatsachen von der Außenwelt bietet, angeschen und angeordnet durch den Spiegel unseres sinnlichen und geistigen Wesens. Der spezifische Charakter des geometrischen Lehrgebäudes, die Ableitung aller Sätze auf deduktivem Wege aus wenigen an die Spitze gestellten Axiomen, ist eine freie Schöpfung unseres Geistes und entspringt aus dem erkenntnistheoretischen Wunsche, das Gebiet von „Naturwissenschaft" und „Philosophie" möglichst zu scheiden, d. h. einerseits (vom Standpunkt der Philosophie) aus unserem Lehrgebäude auszuscheiden, was den Einwirkungen der Körperwelt angehört, um rein darzustellen, was der eigenen Tätigkeit des Geistes zu verdanken ist, anderseits (vom Standpunkt der Naturwissenschaft) alles auszuscheiden, „was Definition, Schluß — kurz: Logik ist, um möglichst rein übrig zu behalten, was der Welt der Wirklichkeit angehört". In keiner Wissenschaft nun läßt sich diese Scheidung so weitgehend durchführen wie in der Geometrie. Es wäre prinzipiell bei jeder Wissenschaft — auch bei solchen, die wie Soziologie (Nationalökonomie) diesem Verfahren scheinbar so fernstehen — möglich, ein gewisses System von Grundtatsachen durch gehörige Idealisierung aus der Erfahrung abzuleiten und aus diesem System logische Schlüsse zu ziehen. Es fragt sich aber, ob das irgend einen Sinn hätte. (In Wirklichkeit hängt in jeder Wissenschaft jede Tatsache von unendlich vielen anderen veränderlichen Größen ab, es fragt sich aber, einen wie großen Fehler wir bei der Vernachlässigung so und so vieler dieser „Variabeln" machen; und wir können es uns so denken, daß wir in der Geometrie zum Beispiel ohne viel Fehler mit ganz wenigen Variabeln arbeiten können, während uns etwa in der Nationalökonomie oder Biologie sehr sehr viele praktisch „unendlich viele" Variabeln verwirrend entgegentreten, so daß sich die dort bewährte Behandlungsmethode hier nicht von vornherein mit Vorteil übertragen wird.)

Immer müssen wir das rohe Material begrifflich idealisieren, d. h. willkürliche Abstraktionen machen, denn sonst können wir damit nichts anfangen. Es könnte uns aber passieren, daß wir diese Idealisierung unglücklich vornehmen, daß wir Unwesentliches hervorheben und Wesentliches vernachlässigen, so daß wir, wenn wir nun rein logische Schlüsse an unsere Prämissen knüpfen, uns, wenn wir nach einigen Schritten die erneute Kontrolle an der Wirklichkeit suchen, von dieser ein gutes Stück weiter entfernt haben als am Ausgangspunkt. Ich denke da an ganz bestimmte soziologische Systeme, die, in den Voraussetzungen unanfechtbar (d. h. ihre Abstraktionen zeigen keine größere Willkür als zugestanden werden muß), sich durch lauter streng logische Deduktionen doch plötzlich meilenweit von der Wirklichkeit entfernt haben, und zum Schlusse steht der so erreichte Punkt der Wirklichkeit nicht nur so fern wie es im Wesen einer *idealisierten* wissenschaftlichen Tatsache liegt, sondern so fern wie dies nur bei einer sehr *unglücklichen* Idealisierung hätte geschehen können. Die Ausgangstatsache mußte gar nicht „falsch" sein, sie war nur zu wenig unbedingt zwingend und glücklich idealisiert, als daß sie eine ganze Last von logischen Deduktionen hätte ertragen können; für sich allein

[1]) Deutsche m. Wochenschr. 1918. Nr. 26.
[2]) *Mach* „Erkenntnis und Irrtum".

mochte sie ihren Platz immerhin ausfüllen, nur durfte man von ihr nicht allzuviel verlangen, durfte nicht im Laufe der Deduktionen all ihre verborgenen Fehler ans Licht zerren, sorgfältig verfolgen, und auf ihnen weiter bauen, sonst mußte mit einem Male ein Unding resultieren. In einem solchen Falle muß dann die „Korrektur an der Wirklichkeit" in ungemein hohem Maße eingreifen.

In der Geometrie befinden wir uns in der glücklichsten Lage. In jedem Punkte der Wirklichkeit werden uns auf verhältnismäßig eindeutige Weise die notwendigen Idealisierungen nahegelegt. Wir werden sowohl durch das Bild des unvollkommenen rechtwinkligen Dreieckes auf die Idee des vollkommenen gelenkt, wie durch die gebuckelte Linie auf die Gerade, wie durch die unvollkommenen Kreise und Kugeln auf ihre vollkommenen Ideale. Wenn wir an einem bestimmten Punkt nach schematischer Idealisierung nun mit der deduktiven Arbeit beginnen wollten, so würden wir nach längeren Deduktionen und erneuter „Kontrolle an der Wirklichkeit" mit Vergnügen sehen, gerade dorthin gekommen zu sein, wohin uns die Idealisierung und Reinigung der Realität, wenn sie von Anfang an in jenem Punkte eingesetzt hätte, auch geführt hätte. Wir sehen also, daß, wo immer wir einsetzen, stets ein gewisser konstanter sich nicht vergrößernder Abstand zwischen unseren begrifflichen Zeichen und der Wirklichkeit bleibt, denn die Idealisierungen sind verhältnismäßig eindeutige und wesentliche (für unsere Zwecke wesentliche), und neue Naturdaten kommen nicht hinzu. Ja, wir können annehmen, daß wir prinzipiell ohne jede Deduktion nur durch die unaufhörliche Idealisierung von Erfahrungstatsachen zu ganz ähnlichen Lehrsätzen gekommen wären (nur wäre der Aufbau ein ganz anderer gewesen), denn wäre das nicht der Fall, so hätte die „Kontrolle an der Wirklichkeit" uns auf eine verfehlte (unwesentliche, nicht notwendig falsche) Richtung der Deduktion oder auf eine unglückliche Idealisierung einer Tatsache oder auf plötzlich wesentlich gewordene neue Naturtatsachen hinweisen müssen. Tat sie das nicht, so war es uns möglich, nun an einen logischen *Aufbau* unseres Gebäudes zu gehen, einige Tatsachen, aus denen sich dann alles logisch ableiten läßt, an die Spitze zu stellen und das übrige im Vertrauen auf die bewährte Konstanz des Abstandes zwischen Bild und Wirklichkeit der Deduktion zu überlassen.

Allerdings ist es *nachträglich* möglich, jede Erfahrungstatsache (besonders jede stark idealisierte) nicht als solche, sondern als „Definition" zu bezeichnen und ist ein solcher rein axiomatischer Aufbau eines Systems von ebenso hohem logischen wie rein mathematischen Interesse; nur darf man nicht vergessen, welchen Tatsachen eben die vorliegende Auswahl der Definitionen ihr Bestehen und unser Interesse an ihnen dankt. Denn prinzipiell sind unendlich viele höchst uninteressante Gruppen von Definitionen mit ebenso folgerichtigen wie uninteressanten daran anschließenden Lehrgebäuden möglich.

Wir werden also nicht erwarten, in der Geometrie ein Lehrgebäude zu finden, in dem alles mit eindeutiger innerer Notwendigkeit abläuft, sondern werden die Worte *Riemanns* in seiner berühmten Habilitationsschrift verstehen, „daß die Sätze der Geometrie sich nicht aus allgemeinen Größenbegriffen ableiten lassen, sondern daß diejenigen Eigenschaften, durch welche sich der Raum von anderen denkbaren dreifach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten unterscheidet, nur aus der Erfahrung entnommen werden können ... Diese Tatsachen (der Erfahrung) aber sind wie alle Tatsachen nicht notwendig, sondern nur von empirischer Gewißheit, sie sind Hypothesen".

Was nun die Relativität des Raumes anbetrifft, so können wir sagen, daß sie für ihn in eben dem Maße nicht mehr und nicht minder besteht wie für unsere übrigen Wahrnehmungen von der Natur, d. h. also in zwei Beziehungen:

Die erste bezieht sich auf die bekannten Überlegungen, durch die *Delboeuf* und *Poincaré*[1]) und nach ihnen noch viele uns begreiflich machen, daß, wenn eines Nachts (ich deute hier nur grob an), *alle* Dimensionen des Universums sich vertausendfachten, wir von alledem nichts merken würden, da, analoge Transformationen unserer Instrumente und unserer Sinne vorausgesetzt, wir kein Mittel hätten, diese Vergrößerung zu konstatieren; ja daß sich noch viel einschneidendere in gleicher Weise unkonstatierbare Veränderungen vollziehen könnten. — Bei all diesen weit ausgesponnenen Überlegungen ist zunächst nicht einzusehen, welche spezifische Eigenschaft gerade der *räumlichen* Wahrnehmung durch sie dargelegt werden sollte. Wenn eines Nachts alle Farben um einige Nuancen dunkler würden oder nach einem bestimmten anderen Gesetz, das noch so kompliziert sein könnte, sich veränderten, so würden wir, vorausgesetzt, daß in unserem Auge und in unseren optischen Instrumenten entsprechende Veränderungen vorgingen, in der Früh auch nichts bemerken. Wenn alle Blumendüfte eines Nachts verschwänden, so würden wir, entsprechende Veränderungen in unserem Riechorgane vorausgesetzt, die hier die wesentlichsten Meßinstrumente sind, auch nichts merken usw. Es ist eben nicht nur für den Raum, sondern für alle Dinge der Mensch das Maß der Dinge, und der Raum hat nicht mehr aber auch nicht weniger „reales", „absolutes" in sich als die übrige Sinnenwelt.

Hat hier die Abhängigkeit der Raumwahrnehmung von unserer *physiologischen* Konstitution zu einer „Relativität" geführt, so ergibt sich die zweite fundamentale Relativität (die aber auch ihr Gegenstück hat) durch die Möglichkeiten der verschiedenen *logischen* Interpretationen unserer

[1]) „Wert der Wissenschaft".

Wahrnehmungen und die daraus folgende Einordnung in verschiedene Schemata.

Doch werden wir diesen Punkt noch (im dritten Teil) ausführlich zu besprechen haben. Hier merken wir lieber noch, was die „physiologische Relativität" betrifft, an, daß „die Fiktion einer durchgehenden Größenänderung der Welt von vorneherein jedes angebbaren Sinnes entbehrt, solange nicht zugleich etwas über das Verhalten der physikalischen Konstanten bei dieser Deformation vorausgesetzt ist" (*Schlick* „Raum und Zeit in der gegenw. Physik"). „Setzen wir etwa nach 100-facher Linearvergrößerung der Welt für die Masse der Erde und der Gegenstände auf ihr dieselben Zahlen wie vorher in die Newtonsche Attraktionsformel ein, so würde sich das Gewicht auf $^1/_{10\,000}$ des früheren Wertes reduzieren; die Gewichtsverminderung würde sich etwa durch die Verlangsamung der Schwingung eines Pendels gegen früher feststellen; dazu aber muß man Voraussetzungen über die eventuelle Änderung oder das Gleichbleiben der Rotationsgeschwindigkeit der Erde machen, denn durch Vergleichung mit dieser entsteht erst unser Zeitmaß usw." Man könnte aber noch weiter gehn und käme leicht zu der Folgerung, daß auch entsprechende Veränderungen der physikalischen Konstanten nicht hinreichen, die Veränderung zu einer tatsächlich unkonstatierbaren zu machen, sondern daß im Grunde die ganze Welt sich „entsprechend" verändern müßte. Auch dies trifft in gleicher Weise für unsere Beispiele der Farben, Düfte usw. zu; nur springt diese Notwendigkeit in den verschiedenen Fällen in verschiedenem Maße in die Augen.

Sache des Forschers kann es nur sein, das *Ganze* seiner wissenschaftlichen Arbeit, die Induktion und die Deduktion, die Definitionen und ihre Identifizierung mit den Naturdingen, die Logik und die Empirie in ihrem Ineinandergreifen, die Mathematik und die Naturwissenschaften (im speziellen die Geometrie und Physik) so einzurichten, daß, alles in allem genommen (um in dem früheren Bilde zu bleiben), er sich mit seiner Interpretation der Wirklichkeit immer in einem gewissen konstanten, keinesfalls aber wachsenden Abstand von ihr hält. Die Probe wird darin bestehen, daß seine Zeichen- und Bildersprache, in der er sich die Wirklichkeit malt und deren Zutreffen sich darin bewährt, daß die Wirklichkeit — wunderbar genug — darauf reagiert (sowie ich mich z. B. mit Haustieren im Verkehr und Verständigung gesetzt habe und meine Zeichen bei ihnen verfangen, obgleich unsere „Seelen" im Grunde nichts von einander wissen), daß diese Sprache ihre wunderbaren Fähigkeiten nicht verliere, sondern unserem intellektuellen und praktischen Bedürfnis nach einer Brücke ins Unbekannte immer vollendeter genüge. Diejenigen unter unseren Erkenntnissen, die mit unseren ältesten, tiefsten und primitivsten Instinkten zusammenhängen (wie etwa nach *Poincaré* unsere Auffassung von der Dreidimensionalität des Raumes) wurzeln am festesten, alles aber ist relativ, bedingt durch die Außenwelt und bedingt durch uns als rezipierendes Objekt, speziell unsere Raumauffassung. Auf diese wollen wir (im dritten Teile) wieder zurückkommen, nachdem wir, wozu wir uns nun anschicken wollen, die verschiedenen Systeme der Deduktionen, die sich an verschiedene Axiomgruppen[1]) anschließen und die man euklidsche und nichteuklidsche Geometrien nennt, betrachtet haben werden.

II.

Die nichteuklidschen Geometrien. Elementargeometrisches.

Haben wir uns im vorhergehenden den Unterschied zwischen solchen Sätzen, die idealisierte Erfahrungstatsachen, „Hypothesen" formulieren — und als solche Sätze mußten wir ja die Axiome der Geometrie auffassen — und reinen Deduktionen klar gemacht, so werden wir nun die Grundfrage der nichteuklidschen Geometrien verstehen, die darin gipfelt, *ob das euklidsche Parallelpostulat bereits eine (mathematische) Folge der übrigen Axiome ist* oder ob in ihm eine selbständige Hypothese formuliert wird. Die einschlägigen Untersuchungen haben definitiv ergeben, daß das *Parallelenpostulat* als *selbständige Hypothese* aufzufassen ist, denn sie haben gezeigt, daß man ein in sich konse-

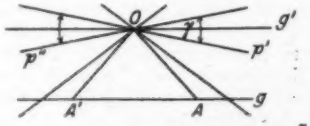

Fig. 1.

quentes Lehrgebäude auf Grund allein der übrigen Axiome aufbauen kann, aus welchem sich sodann je nach den verschiedenen Annahmen bezüglich des Parallelenpostulats von einander verschiedene „euklidsche" oder „nichteuklidsche" Systeme ergeben. Ohne hier auf die schon oft fesselnd dargestellte Geschichte der nichteuklidschen Geometrien einzugehen[2]), die besonders darum so interessant ist, weil diese ganzen Untersuchungen dem Wunsche das Postulat *zu beweisen* ihr Dasein und ihren inneren Ansporn verdankten und eben mit dem Nachweis seiner Unbeweisbarkeit endeten, wollen wir lieber einiges weniges aus dem vollendeten Gebäude hervorheben.

Das fragliche Axiom besagt bekanntlich, daß in einer Ebene durch einen Punkt zu einer Geraden nur eine einzige Parallele (nicht schneidende Gerade) existiert (elftes Axiom, fünftes Postu-

[1]) Systemisierte Induktionen, die man, wenn man will, Definitionen nennen kann!

[2]) *Bonola* „Die nichteuklidsche Geometrie", *Mach* „Erkenntnis und Irrtum", *Voß* „Das Wesen der Mathematik" usw.

lat). Denken wir uns eine Gerade g, einen festen Punkt O außerhalb derselben und einen auf g gelegenen beweglichen Punkt A und ziehen wir die jeweilige Verbindung O A, O A' . . . . Nun wissen wir ja, wenn wir A immer weiter auf g wandern lassen, daß die O A' alle möglichen Lagen zwar augenscheinlich durchwandern werden, uns aber nie die *parallele* Richtung g' liefern werden. Woher aber wissen wir, ob wir nicht vielleicht schon über *andere Grenzlagen*, z. B. p, p', nicht hinauskommen werden? Das ist eben keine anschauliche Selbstverständlichkeit. *Euklid* sagt, daß der Winkel $\gamma = 0$ ist, dafür ist aber kein anschaulicher Grund einzusehen, es könnte also ganz gut in diesem Winkel ein Büschel Gerader geben, die g nicht schneiden.

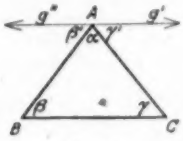

Fig. 2.

Der wichtigste Satz, der ohne das Parallelenaxiom nicht abgeleitet werden kann, ist der von der Winkelsumme des Dreiecks. Sei (Fig. 2) ABC ein Dreieck, mit den Winkeln α, β, γ; machen wir $\gamma' = \gamma$ durch Ziehung von g' und $\beta' = \beta$ durch Ziehung von g''; dann sind g' und g'' sicher Gerade, die die verlängerte Dreieckbasis *nicht* schneiden. Es ist aber die Frage, ob die beiden Richtungen wirklich die *gleichen* sind, ob die Fortsetzung von g'' über A hinaus mit g' zusammenfällt und umgekehrt, und *dazu* brauche ich das Parallelen-Axiom.

Aber auch umgekehrt: wenn wir zeigen könnten, daß die Winkelsumme in jedem Dreieck gleich ist 2R, so wäre das Axiom richtig. In dieser Weise führten alle direkten Versuche, das Parallelen-Axiom zu beweisen, nur darauf, es durch äquivalente Axiome zu ersetzen, und so schlug man den anderen Weg ein, nämlich eine neue Geometrie aufzubauen *ohne* Hilfe des Postulats in der Hoffnung, im Laufe der Untersuchungen auf einen Widerspruch zu stoßen.

Was bedeutet nun der Wegfall unseres Axioms?

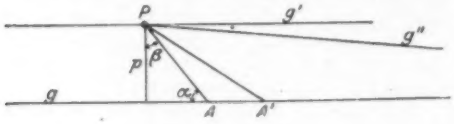

Fig. 3.

Ziehen wir von P aus das Perpendikel p und die verschiedenen Geraden P A, P A' etc. Nach *Euklid* erhalten wir, wenn wir A auf g wandern lassen, alle Geraden bis auf eine: g'. Wenn es aber nicht gilt, dann ist g' nicht die einzige unerhältliche Gerade, sondern es gibt eine Grenzlage g'' und die heißt schon „Parallele zu g durch P". Alle schneidenden Geraden füllen also (wenn wir von symmetrischer Umklappung absehen) den Scheitelraum zwischen p und g'' aus. Wir erhalten so eine Reihe von rechtwinkligen Dreiecken mit p als Kathete, die Winkel α und β ändern sich. Nun sagt die „hyperbolische Geometrie" (so wollen wir eine Geometrie nennen, die an Stelle der *einen* Parallelen ein ganzes Bündel solcher setzt) aus, daß in einem rechtwinkligen Dreieck mit gegebener Kathete der Winkel β *nicht jeder beliebige* spitze Winkel sein kann, sondern daß, wenn der $\sphericalangle (p\, g'') = \varphi$ ist, $\beta < \varphi$ sein muß. Wenn β größer ist als der „Parallelwinkel" φ, so erhält man kein Dreieck. In der euklidschen Geometrie kann der $\sphericalangle\, \beta$ in einem rechtwinkligen Dreieck beliebig sein, in der hyperbolischen ist $\beta < \varphi$ und der Winkel φ irgendwie von der Kathete p abhängig, und eine wichtige Aufgabe wird die Ermittelung der Art dieser Abhängigkeit sein. Schreiben wir mit *Lobatschewsky* (einem der Begründer der nichteuklidschen Geometrie) $\varphi = \Pi\,(p)$, so ist in der gewöhnlichen Geometrie immer $\Pi\,(p) = 90^0$; hier aber wächst $\Pi\,(p)$ bis 90^0, wenn $p \to 0$ abnimmt, und nimmt bis 0^0 ab, wenn $\Pi \to \infty$ wächst.

Die wichtigste Folgerung der hyperbolischen Geometrie ist, daß hier die Winkelsumme im Dreieck immer $< 2R$ ist, und zwar umso mehr kleiner, je größer die Dreiecksfläche ist; dies ergibt sich ebenso wie die bezüglich der Funktion Π aufgestellten Folgerungen aus den übrigen Axiomen bei der erwähnten Abänderung des Parallelenaxioms. Aus dem Winkelsatz des Dreiecks folgt speziell auch die für uns wichtige Tatsache, daß es hier keine „Quadrate" im gewöhnlichen Sinne gibt (Figuren mit 4 gleichen Seiten und 4 rechten Winkeln), denn die Winkelsumme wäre hier $< 4R$, und zwar umso mehr kleiner, je flächengrößer das Quadrat ist. Wir können uns eine solche Figur bei geradliniger Begrenzung nicht vorstellen, eine näherungsweise Vorstellung gibt Fig. 4. Dasselbe gilt natürlich für Rechtecke, und es ist klar, daß solche Rechtecke, *die mit der Größe ihre Gestalt ändern*, die Anwendung als Koordinaten im gewöhnlichen Sinne verbieten.

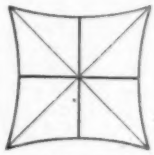

Fig. 4.

Veranschaulichung der nichteuklidschen Geometrie durch die Geometrie auf der Fläche.

Wir haben bisher die beiden Hypothesen betrachtet, daß durch einen Punkt zu einer Geraden nur eine oder unendlich viele Parallelen möglich seien. Auch der dritten möglichen Hypothese, nämlich der, daß gar keine Parallele möglich sei, ent-

spricht eine Geometrie, allerdings nur, wenn man mit *Riemann* die Ansicht fallen läßt, der Raum sei unendlich ausgedehnt, sondern annimmt, er sei nur unbegrenzt (die Gerade z. B. ist unendlich, der Kreis unbegrenzt).

Diese Geometrie kann man anschaulich darstellen, indem man sie als *Geometrie auf der Kugel* interpretiert. Machen wir die bekannte Helmholtzsche Fiktion der „Flächenwesen", die nicht mit *drei-*, sondern mit *zwei*dimensionaler Anschauung, begabt mit Sinnen ähnlich den unsern, die Geometrie ihrer Flächen studierten. Ihre „geradesten Linien" wären die *geodätischen* Linien der Fläche (Linie eines der Fläche entlang, ihr anliegenden gespannten Fadens), die kürzeste Linie zwischen zwei Punkten wäre für das *Kugel*wesen ein Bogen des größten Kreises, der durch diese zwei Punkte geht; sind die beiden gegebenen Punkte Endpunkte desselben Kugeldurchmessers, so sind unendlich viele, untereinander gleich lange, kürzeste Linien möglich; somit wäre schon das Axiom, das durch zwei Punkte nur *eine* Gerade möglich sei, hier *nicht ausnahmslos* gültig. Parallele (= nicht schneidende „Gerade") existieren nicht, sondern zwei „geradeste" Linien schneiden sich, gehörig verlängert, nicht nur in einem, sondern in zwei Punkten. Die Winkelsumme im Dreieck wäre immer größer als 2R und umso mehr größer, je größer die Dreiecksfläche; da ein größeres Dreieck notwendig andere Winkel hätte als ein kleineres, so fehlt der Begriff der Ähnlichkeit.

Denken wir uns die Flächenwesen eines *eiförmigen* Körpers: Hier fehlt z. B. nicht nur der Begriff der Ähnlichkeit, sondern auch der der Kongruenz, wie man leicht sieht; denn, wenn wir zwei Dreiecke (aus drei geodätischen Linien) auf verschiedenen Stellen der Fläche konstruieren, so würden bei gleich langen Seiten ihre Winkel nicht gleich ausfallen. Kreise mit gleichen Radien hätten am stumpfen Ende eine größere Peripherie als am spitzen etc.

Suchen wir mit *Gauß* eine Bedingung für solche Flächen, auf denen es möglich ist, im Gegensatze zu dem zuletzt dargestellten, Figuren ohne Gestaltsänderung frei zu verschieben. Eine solche Bedingung wird von den „inneren Maßverhältnissen der Fläche" sprechen müssen, d. h. von Beziehungen, die von dem Flächenwesen festgestellt werden könnten, welche sich ja aus ihrer Fläche nicht hinausbewegen können. *Gauß* ging bei seinen flächentheoretischen Untersuchungen von der praktischen Arbeit der hannoveranischen Landesvermessung aus, wobei man durch Vermessung eines Stückes der Erdoberfläche aus der Tatsache der sich nicht lückenlos aneinander schließenden Dreiecke des Triangulationsnetzes einen neuen Beweis dafür erhielt, daß die Erde keine Ebene sei. Nehme ich hingegen ein ebenes Papierblatt, auf das ich Figuren zeichne, und rolle es zusammen (zylinderförmig oder kegelförmig), so finde ich durch Ausmessung der Figuren auf dem zusammengerollten Blatt die gleichen Ausmessungen wie auf dem ebenen. Ganz allgemein gilt auf Flächen, die *durch Verbiegung ohne Verzerrung* auseinander hervorgehen, die gleiche Geometrie.

Charakteristisch für diese inneren Maßverhältnisse der Fläche ist das *Gaußsche Krümmungsmaß*. Er definiert in exakt mathematischer Form die „Krümmung" einer Fläche aus Abmessungen, die man bloß auf der Fläche selbst vorzunehmen hat und zeigt, daß *bei gleichen Krümmungsmaßen k die inneren Maßverhältnisse zweier Flächen die gleichen sind*, und daß, *wenn k in jedem Punkte der Fläche denselben Wert hat, also bei konstantem k — aber nur bei solchem — die oben geforderte Möglichkeit der freien Verschiebung von Figuren ohne Änderung ihrer Maßverhältnisse eintritt.*

Auf der eiförmigen Fläche ist k nicht konstant, auf der Kugel ist k konstant und zwar größer als 0, in der Ebene ist k konstant und gleich 0. Man zeigt nun, daß die Geometrie auf Flächen mit konstantem aber von 0 verschiedenem Krümmungsmaße zusammenfällt mit den Geometrien, in denen man das Euklidsche Postulat fallen gelassen hat. Wollen wir uns die hyperbolische Geometrie, von der wir eingangs sprachen, auf einer Fläche veranschaulichen, so lassen wir etwa eine der folgenden Figuren rotieren und erhalten eine sogenannte Pseudosphäre. (Freilich realisiert jeder Teil der Umdrehungsfläche, z. B. der Traktrix Fig. 5, in die sie durch ihre scharfe Kante zerfällt, nur

Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

einen Teil der nichteuklidschen Ebene. Doch wollen wir auf diesen schwierigen Punkt nicht näher eingehen.)

Zwischen der Geometrie auf einer Fläche konstanter Krümmung und der von einem Teil der Ebene besteht eine Analogie, die wir mit *Bonola* durch folgendes „Lexikon" veranschaulichen:

a) Fläche	a) Teil der Ebene
b) Punkt	b) Punkt
c) geodätische Linie	c) Gerade
d) Bogen einer geodätischen Linie	d) Strecke
e) lineare Eigenschaften der geodätischen Linie	e) Postulate über die Anordnung der Punkte auf einer Geraden
f) zwei Punkte bestimmen eine geodätische Linie etc. etc.	f) zwei Punkte bestimmen eine Gerade etc. etc.

Wenn man die Geometrien auf all diesen Flächen (Sphären, Pseudosphären, Ebene) vergleicht, so sieht man, daß wir als gemeinsame Eigenschaften für die Geometrie all dieser Oberflächen all die Eigenschaften festhalten können,

die bei der Euklidschen Anordnung unabhängig vom Parallelen-Postulat sind und bei denen der Beweis nicht von der vollständigen Ebene Gebrauch macht (z. B. von der Unendlichkeit der Geraden).

Allgemeiner Gaußscher Standpunkt.

Betrachten wir Kurven und Flächen im Euklidschen Raume mit den Carthesischen Koordinaten x, y, z;

$$x = x(u), y = y(u), z = z(u)$$

ist bekanntlich eine „Parameterdarstellung" einer Kurve, wobei der Parameter u noch einer beliebigen stetigen Transformation unterworfen werden kann. Die Punkte einer zweidimensionalen Punktmannigfaltigkeit, einer Fläche, können durch die Werte zweier Parameter u_1, u_2 unterschieden werden.

$$x = x(u_1, u_2), \quad y = y(u_1, u_2), \quad z = z(u_1, u_2). \quad (1)$$

Die Parameter u_1, u_2 bezeichnet man als Gaußsche oder krummlinige Koordinaten auf der Fläche; eine Parameterdarstellung der Kugel liefern z. B. die geographischen Koordinaten Länge und Breite. Wir können die Formeln (1) auch als stetige Abbildungen der dreidimensionalen Mannigfaltigkeit der x, y, z auf die u_1, u_2 Ebene ansehen, wie sie aus den Kartenprojektionen z. B. der stereographischen Projektion oder der Merkator-Projektion jedem geläufig sind. Zieht man in der u_1, u_2 Ebene rechtwinklige Koordinaten, so überträgt sich dieses Netz vermöge der Abbildung auf die krumme Fläche.

Wir haben also hier in diesen krummlinigen Koordinaten einen Ersatz für die Carthesischen Koordinaten in der Ebene. Es ist nun klar, daß, ebenso wie die inneren Eigenschaften der Ebene sich nicht ändern, ob man ihre Geometrie etwa in Carthesischen oder in Polarkoordinaten treibt, ebenso die Gesetzmäßigkeiten der Fläche sich bei konsequenter Durcharbeitung unabhängig von der speziellen Wahl der krummlinigen Koordinaten ergeben müssen. Mathematisch drückt sich das darin aus, daß in (1) die $u_1\ u_2$ noch einer beliebigen eindeutigen stetigen Transformation unterworfen werden können.

Wichtig ist nun der Ausdruck für den Abstand ds zweier unendlich naher Punkte (u_1, u_2) $(u_1 + du_1, u_2 + du_2)$ auf der Fläche, dieser wird sich natürlich nicht in den krummlinigen Koordinaten durch die gewohnte Formel $du_1^2 + du_2^2 = ds^2$ darstellen, sondern wir müssen zu seiner Berechnung zunächst auf die räumlichen (Carthesischen) Koordinaten rekurrieren. Es ist

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

und da

$$dx = \frac{\partial x}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial x}{\partial u_2} du_2,$$

so ist

$$ds^2 = g_{11}\, du_1^2 + 2 g_{12}\, du_1\, du_2 + g_{22}\, du_2^2, \quad . \ (2)$$

wobei die

$$g_{ik} = \frac{\partial x}{\partial u_i}\frac{\partial x}{\partial u_k} + \frac{\partial y}{\partial u_i}\frac{\partial y}{\partial u_k} + \frac{\partial z}{\partial u_i}\frac{\partial z}{\partial u_k},$$

im allgemeinen keine Konstanten, sondern Funktionen von (u_1, u_2) sind. *Gauß* erkannte, daß diese „metrische Fundamentalform" ds in ähnlicher Weise wie das früher erwähnte Krümmungsmaß bestimmend ist für die Geometrie auf der Fläche, daß die Geometrie auf zwei Flächen dieselbe ist, wenn für sie bei geeigneter Parameterdarstellung die Koeffizienten g_{ik} der metrischen Fundamentalform übereinstimmen. Alle geometrischen Verhältnisse auf der Fläche können wir im Bilde der (u_1, u_2) Ebene verfolgen, wenn wir nur übereinkommen, unter dem Abstand ds zweier unendlich naher Punkte nicht den durch die Pythagoreische Formel $ds^2 = du_1^2 + du_2^2$ gelieferten Wert zu verstehen, sondern (2). Für die Kugel z. B. erhalten wir ein ganz bestimmtes ds, und daß auf der Kugel nicht dieselbe Geometrie wie in der Ebene gilt, besagt analytisch, daß es unmöglich ist, die quadratische Differentialform der Kugel

$$ds^2 = \frac{(1 + u_1^2 + u_2^2)(du_1^2 + du_2^2) - (u_1 du_1 + u_2 du_2)^2}{(1 + u_1^2 + u_2^2)^2}$$

durch irgend eine Transformation

$$u_1 = u_1(u_1' u_2'); \quad u_2 = u_2(u_1' u_2')$$

auf die Gestalt $du'^2_1 + du'^2_2$ zu bringen. Haben wir so jedem Kontinuum einen bestimmten und charakteristischen „Abstand" zugeordnet, so gilt mit bezug auf *diesen* Abstand im unendlich kleinen die Euklidsche Geometrie.

Allgemeiner Riemannscher Standpunkt.

Riemann überträgt nun die Gaußschen Ideen auf mehrdimensionale Mannigfaltigkeiten. Er meint, daß die Annahme a priori, der Raum sei euklidisch = „eben", und daß ein Abstand durch die Pythagoreische Formel gegeben, nicht notwendig sei; es seien—zunächst mathematisch—auch *gekrümmte* Räume denkbar, die sich vom Euklidschen Raum ebenso unterscheiden wie die gekrümmten *Flächen* von der Euklidschen *Ebene*. Er definiert ein *Krümmungsmaß des Raumes*, dessen *Konstanz* die Möglichkeit charakterisiert, Körper und Figuren in dem Raume *ohne Gestaltsänderung* zu verschieben; wieder ist diese Beziehung notwendig und hinreichend, wieder liefern die drei Fälle eines konstanten $k \gtreqless o$ die drei früher ausführlich besprochenen Raumgeometrien.

Das Große in dieser Verallgemeinerung liegt weniger in der kunstvollen formalen Verallgemeinerung der Gaußschen Gedanken, sondern vielmehr in der Konzeption des Gedankens eines möglicherweise *„gekrümmten"* Raumes; denn die verschiedenen Formen von Flächen sind unserer Beobachtung zugänglich, für den Raum aber fehlen derartige Beobachtungen. Wir betrachten also ganz allgemein n-dimensionale Mannigfaltigkeiten, auf denen wir n krummlinige Koordinaten einführen. Das Linienelement ds denken wir uns gegeben durch die Wurzel aus $ds^2 = \Sigma g_{ik}\, dx_i\, dx_k$. Als „eben" werden *diese* n-dimensionalen Mannigfaltigkeiten bezeichnet, in denen die Form $ds^2 = du_1^2 + du_2^2 + \ldots\ du_n^2$ sich durch stetige

Transformationen der Art $u_1 = u_1(u_1' \ldots u_n')$, $u_2 = u_2(u_1' \ldots u_n') \ldots u_n = u_n(u_1' \ldots u_n')$ erreichen läßt. Ist das Krümmungsmaß nicht gleich 0, sondern konstant und $= \alpha$, so läßt sich die Formel

$$ds^2 = \frac{du_1^2 + du_2^2 + \ldots + du_n^2}{1 + \frac{\alpha}{4}(u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_n^2)}$$

herbeiführen.

Da die Geometrie auf der „Fläche" nicht von der Wahl der speziellen Parameter $u_1 \ldots u_n$ abhängt, ebenso wie die Gesetzmäßigkeiten der Ebene nicht von der Koordinatenwahl abhängen, so werden wir, wenn wir für die u_i ein ds, für die u_i' ein ds' erhalten haben (wobei ds und ds' durch die Transformation der u_i in die u_i' ineinander übergehen), ganz die gleichen Gesetzmäßigkeiten erhalten, wenn wir mit den u_i und den ds oder wenn wir mit den u_i' und den ds rechnen, was wir auch so ausdrücken können: *Die Geometrie einer n-dimensionalen Mannigfaltigkeit, für die in jedem Punkte ein bestimmtes ds existiert, ist unabhängig von der speziellen Wahl der Gaußschen Koordinaten, mittels derer die n-dimensionale Mannigfaltigkeit ausgemessen wird.* Wenn wir also früher sagten, daß auf Flächen, die aufeinander abwickelbar seien (d. h. die man durch Verbiegung zur Deckung bringen kann), die gleiche Geometrie herrsche, so machen wir uns jetzt klar, daß der Übergang etwa von der Ebene zur Zylinderfläche, auf denen ja eben die gleiche Geometrie herrscht, einfach dem Übergang von einem Gaußschen Koordinatensystem zu einem anderen (auf der Zylinderfläche oder der Ebene) entspricht. Früher aber hatten wir gesagt, daß die notwendige und hinreichende Bedingung für die Abwickelbarkeit zweier Flächen aufeinander in der Konstanz des Krümmungsmaßes bestehe, während wir jetzt diese Abwickelbarkeit geometrisch dahin deuten, daß nun bei Einführung verschiedener Gaußscher Koordinaten auf der Fläche $u_1\ u_2\ u'_1\ u'_2 \ldots$ (wobei sich das eine Mal das ds (u), das andere Mal das ds' (u') als metrische Fundamentalform ergibt) wir naturgemäß beide Male die gleiche Geometrie erhalten[1]).

Man könnte meinen, daß infolge der Forderung der Existenz der Körper unabhängig vom Ort von Anfang an ein überall konstantes Krümmungsmaß gefordert werden müßte, doch wäre das übereilt, worauf eben gerade die allgemeine Relativitätstheorie hingewiesen hat.

Während also (wie *Weyl* es ausdrückt) bei *Euklid* der Raum von vornherein von viel speziellerer Natur angenommen wird, als die in ihm möglichen Flächen, nämlich eben, hat bei *Riemann* der Raumbegriff gerade denselben Grad von Allgemeinheit wie die in ihm möglichen Gebilde, d. h. er ist in jedem Punkte nicht von Anfang an durch die Euklidsche Form des ds, sondern durch die allgemeinere $\Sigma g_{ik}\, du_i\, du_k$ charakterisiert, wobei die g_{ik} schon bei den Räumen von konstantem, aber von 0 verschiedenem Krümmungsmaße nicht konstant sind, wieviel weniger etwa bei „eiförmigen" Räumen, bei Räumen mit inkonstantem k. Selbstverständlich sind die Lobatschewskysche (pseudosphärische oder hyperbolische), die Euklidsche und die sphärische (elliptische) Raumgeometrie als spezielle Fälle in der Riemannschen Geometrie enthalten, deren Grundgedanke es ja eben ist, sich nicht von Anfang an auf ein konstantes ds und speziell nicht auf das Euklidsche festzulegen.

Im allgemeinen Riemannschen Raume stellt sich die Fläche naturgemäß als zweidimensionaler Riemannscher Raum dar, in dem auch hier wieder

$$x = x(u_1, u_2), \quad y = y(u_1, u_2), \quad z = z(u_1, u_2).$$

Die Differentiale $dx = \frac{\partial x}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial x}{\partial u_2} du_2$ etc. werden hier aber nicht in das spezielle Euklidsche $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, sondern in das betreffende Riemannsche $ds^2 = g_{11}\, dx^2 + g_{12}\, dx\, dy + \ldots$ eingesetzt, so daß sich die Metrik des dreidimensionalen Riemannschen Raumes in der Metrik der betreffenden Fläche spiegelt.

Wir haben also als vorläufig allgemeinstes nichteuklidsches Gebilde einen Riemannschen n-dimensionalen Raum gewonnen, in dem Riemannsche n-dimensionale „Flächen" möglich sind, dessen Krümmungsmaß von Punkt zu Punkt variiert, dessen metrische Fundamentalform ds Koeffizienten hat, die ihre Werte von Punkt zu Punkt ändern und dessen Geometrie, insofern sie auf der Existenz des Linienelementes basiert, von der speziellen Wahl der Gaußschen Koordinaten des Raumes, d. h. von allen möglichen eindeutigen und stetigen Transformationen derselben unabhängig ist, was der geometrischen Tatsache der „Abwickelbarkeit" von Flächen gleicher Krümmungsverhältnisse aufeinander entspricht.

Gerade dieser allgemeinste, nichteuklidsche Raum ist es, mit dem sich die allgemeine Relativitätstheorie beschäftigt.

(Schluß folgt.)

[1]) Mathematisch drückt sich dieser hier formulierte Zusammenhang zwischen dem Krümmungsmaße und der metrischen Fundamentalform so aus, daß man sagt, die Krümmung sei eine „Differentialinvariante" der quadratischen Differentialform, d. h. eine Größe, die aus den Koeffizienten der metrischen Fundamentalform in solcher Weise gebildet ist, daß sie für zwei Differentialformen, die durch Transformation auseinander hervorgehen und für Argumentpaare, die sich durch Transformation entsprechen, denselben Wert habe.

Neuere Fortschritte in der Theorie der Lumineszenzerscheinungen.

Im Jahre 1888 hat *Eilhard Wiedemann*[1]) vorgeschlagen, sämtliche Lichtemissionserscheinungen in zwei Gruppen zu scheiden. Charakteristisch für beide Gruppen ist dabei die Temperatur, bei welcher das Leuchten einsetzt. Wenn man nämlich bei einem Körper durch *unmittelbare Wärmezufuhr* die Bewegungen der Moleküle, welche die Wärme bedingen, so hoch steigert, daß dadurch bestimmte molekulare Komponenten in Lichtschwingungen geraten, so erhält man eine reine Temperaturstrahlung, für welche das Kirchhoffsche Gesetz

[1]) *E. Wiedemann*, Wied. Ann. *34*, S. 446; 1888.

sowie das Gesetz von *Draper* gelten. Das letztere ist ein Erfahrungssatz; es besagt, daß ein Körper erst bei einer Temperatur von etwa 400°—500° sichtbare Strahlung aussenden kann. Bei der zweiten Gruppe von Lichterscheinungen, die *Wiedemann* als *Lumineszenzerscheinungen* bezeichnet hat, wird ohne eine entsprechende Steigerung der Temperatur *durch äußere Ursachen* ein Leuchten erzeugt. Je nach der Art dieser erregenden Ursachen wird dann weiterhin unterschieden zwischen Photolumineszenz, Kathodolumineszenz, Kanalstrahlenlumineszenz, Röntgenolumineszenz, Radiolumineszenz, Chemilumineszenz, Lyolumineszenz, Triboluminesenz, Kristallolumineszenz und Thermolumineszenz. Bei der letzten soll zwar Wärmezufuhr das Leuchten hervorrufen, jedoch bereits bei einer wesentlich niedrigeren Temperatur, als es das Drapersche Gesetz für die reine Temperaturstrahlung verlangt.

(Zu einer exakteren Fassung der soeben definierten Begriffe werden wir durch die folgende Betrachtung geführt[2]). Wir denken uns ein beliebiges System, das sich im Innern einer Hülle von konstanter Temperatur befindet. Diese sei innen vollkommen schwarz und verhalte sich nach außen wie ein vollkommener Spiegel. Wenn dann das System bei konstanter Temperatur strahlende Energie von beliebiger Wellenlänge in die Hülle sendet, so kann einerseits die in einer hinreichend kleinen Zeiteinheit ausgesandte Strahlungsenergie irgend einer Wellenlänge eine periodische Funktion der Zeit mit einer Periode von der Größenordnung 10^{-13} Sekunden sein. Ist dieses der Fall, so bezeichnen wir das System als thermaktin und seine Strahlung als eine reine Temperaturstrahlung. Ist aber andererseits jene Strahlungsenergie keine periodische, sondern eine beliebig andere Funktion der Zeit, so sprechen wir von einem allaktinen System und nennen seine Strahlung eine Lumineszenz. Nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik kann in einem abgeschlossenen System, das sich im Temperaturgleichgewicht befindet, keine Temperaturdifferenz entstehen, wenn nur thermische Intensitätsdifferenzen vorhanden sind. In einem jeden derartigen System wird also eine reine Temperaturstrahlung von konstanter Intensität herrschen. Wenn Lumineszenz auftritt, müssen stets Intensitätsdifferenzen anderer Energiearten als thermischer vorhanden sein.)

Was nun die *theoretische Deutung der Lumineszenzerscheinungen* anbelangt, so hat *P. Lenard* zunächst für die Photolumineszenz, die uns bekanntlich als Fluoreszenz und Phosphoreszenz entgegentritt, auf Grund seines überaus umfangreichen und sorgfältigen experimentellen Beobachtungsmaterials eine Theorie entwickelt, welche in sich völlig widerspruchsfrei ist und mit allen bisherigen Erfahrungstatsachen im besten Einklang steht. Diese Theorie, die man kurz *als Elektronentheorie der Phosphoreszenz* bezeichnen kann, tritt an die Stelle einer früheren, namentlich von *E. Wiedemann* ausgebildeten Theorie, welche das Phosphoreszenzlicht als eine Begleiterscheinung von chemischen Prozessen ansah. Man nahm nämlich an, daß durch die primäre Belichtung aus der ursprünglichen Substanz A ein neuer Stoff B entsteht, der sich später unter Lichtentwickelung wieder in A zurückverwandelt. Die Lenardsche Theorie dagegen sagt im wesentlichen[3]) das Folgende aus. Das erregende Licht veranlaßt durch lichtelektrische Wirkung das Entweichen negativer Elektronen aus den Phosphoreszenzzentren. Diese entwichenen Elektronen werden in der Umgebung der Zentren festgehalten und kehren erst allmählich, nach mehr oder weniger kurzer Zeit, zu ihren Zentren zurück. Durch diese ihre Rückkehr veranlassen sie Schwingungen gewisser Emissionselektronen, die sich in den Zentren befinden, und diese Schwingungen sind es, die sich uns als das Phosphoreszenzleuchten zu erkennen geben.

Auch die lumineszenzerregenden Wirkungen der Kathodenstrahlen, der Kanalstrahlen, der Röntgenstrahlen und der Strahlungen radioaktiver Substanzen lassen sich durch die Lenardsche Auffassung leicht deuten. Treffen z. B. Kathodenstrahlen auf die Zentren, so rufen sie eine sogenannte sekundäre Kathodenstrahlung, d. h. also das Entweichen von Elektronen hervor, und in analoger Weise veranlassen auch die übrigen Strahlungen die Zentren dazu, Elektronen abzugeben. In allen Fällen löst dann die Rückkehr der verlorenen Elektronen Schwingungen der Emissionselektronen in den Zentren aus.

Besonders wichtig ist die von *Lenard* aufgedeckte Tatsache, daß *die Wärme keine eigene lumineszenzerregende Wirkung* besitzt, mithin keine besondere Thermolumineszenz existiert. Vielmehr bewirkt die Wärmezufuhr lediglich — durch die mit ihr verbundene Erhöhung der allgemeinen Molekularbewegung — eine Beschleunigung in der Abgabe der in der Umgebung der Zentren festgehaltenen Elektronen, und diese Beschleunigung kann unter Umständen dazu führen, eine bereits unsichtbar gewordene Phosphoreszenz wieder sichtbar zu machen, indem sie die Ausgabe der gesamten noch vorhandenen „aufgespeicherten Erregung" in ganz kurzer Zeit veranlaßt. Ohne diese aufgespeicherte Erregung kann Wärme niemals Lumineszenz hervorrufen.

Was die *Lyolumineszenz* anbelangt, so ist kaum anzunehmen, daß man den Lösungsvorgang als solchen für die Lichterzeugung verantwortlich machen kann. Vielmehr sind es chemische Vorgänge, die dabei das Leuchten verursachen. Die Lyolumineszenz wäre somit als ein Spezialfall der Chemilumineszenz aufzufassen, für welche sich wohl schwerlich eine allgemeine Deutung geben läßt. Sie stellt die Umkehrung einer photochemischen Reaktion dar, indem bei dieser eine Umwandlung von strahlender Energie in chemische sich vollzieht, während bei jener chemische Vorgänge die Emission von Strahlung zur Folge haben. *Trautz*[4]) hat für diese beiden Gruppen die Bezeichnungen endoaktine oder lichtempfindliche und exoaktine oder chemilumineszente Reaktionen vorgeschlagen. Jedenfalls läßt sich bei dem heutigen Stand der Dinge mit Sicherheit sagen, daß auch bei diesen Reaktionen Elektronenverschiebungen eine wichtige Rolle spielen.

Von den gesamten, eingangs aufgezählten Arten der Lumineszenz bleiben somit nur noch die der Kristallolumineszenz und der Triboluminesenz zu betrachten übrig. Beide sind schon seit langer Zeit experimentell eingehend studiert worden, neuerdings insbesondere von *M. Trautz*[4]) und *A. Imhof*[5]). Unter *Kristallolumineszenz* versteht man das Leuchten, das manche Stoffe, z. B. das Kaliumsulfat, beim Auskristallisieren zeigen. Durch Untersuchungen von *Trautz* wurde in den meisten Fällen der interessante Nachweis erbracht, daß zwischen der Wachstumsgeschwindigkeit der Kristalle einerseits und der Häufigkeit und Helligkeit der

[2]) Vgl. z. B. *Trautz*, Zeitschr. f. phys. Chem. *53*, S. 1; 1905.

[3]) Eine eingehendere Darstellung habe ich in meinem Originalbericht über „*Lenards* Arbeiten zur Phosphoreszenz" (in der Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. *29*, S. 150; 1916) gegeben.

[4]) *M. Trautz*, l. c.

[5]) *A. Imhof*, Phys. Zeitschr. *18*, S. 78; 1917.

Lumineszenzfunken andererseits angenäherte Proportionalität besteht. Die elektrolytische Dissoziationsfähigkeit des Lösungsmittels sowie geringe Zusätze fremder Substanzen konnten die Erscheinungen nicht beeinflussen; dagegen ließen sie sich durch größere Zusatzmengen oder Erhöhung der inneren Reibung der Lösungen ganz zum Verschwinden bringen. Von der Substanz und der elektrischen Isolation der Gefäße oder der Rührstäbe waren sie unabhängig. Diese sämtlichen Beobachtungen finden ihre Erklärung in der Tatsache, daß die *Kristallolumineszenz in allen Fällen auf eine Tribolumineszenz zurückgeführt werden kann.* Diese Tribolumineszenz wird hervorgerufen durch mechanische Bewegungen in der Flüssigkeit selbst, sowie durch Zusammenstoßen und Aufeinanderfallen wachsender Kristalle, wodurch der Parallelismus zur Wachstumsgeschwindigkeit unmittelbar verständlich wird.

Was nun die *Tribolumineszenz* anbelangt, d. h. die Eigenschaft gewisser Stoffe, beim Berühren, Reiben, Zerdrücken oder Zerbrechen aufzuleuchten, so muß dabei zunächst das Zusammenwirken verschiedener Ursachen beachtet werden. Vor allem sind diejenigen Fälle von vorneherein auszuscheiden, bei denen die Reibung den Körper zum Glühen erhitzt, mithin eine reine Temperaturstrahlung vorliegt. Die eigentliche Tribolumineszenz kann zunächst durch Erwärmung hervorgerufen werden, falls dabei durch Druck, Bruch oder Reibung ohne vorherige Bestrahlung ein Leuchten auftritt. Dann kann Tribolumineszenz verbunden erscheinen mit der Erzeugung von Reibungselektrizität und piëzoelektrischen Entladungen, wobei die Reibung und der Druck die erregenden Ursachen darstellen; endlich mit pyroelektrischen Entladungen, wobei die Erwärmung wiederum Druck und Bruch verursacht. Von ganz besonderem Interesse ist die Erscheinung der temporären Tribolumineszenz, die schon frühzeitig entdeckt wurde, und die darin besteht, daß ein Körper die Fähigkeit zu triboluminesziereu mehr oder weniger kurze Zeit (von einigen Stunden bis zu mehreren Jahren) nach seiner Darstellung von selbst zu verlieren vermag. Unverzüglich nach der Kristallbildung ist dann die Emission am stärksten und nimmt nach einer bisher noch unbekannten Funktion der Zeit ab. Weitaus die größte Mehrzahl der triboluminesziereuden Stoffe gehört dem kristallisierten Zustand an, wobei besonders bemerkenswert ist, daß gerade die Tribolumineszenz kristallisierter Stoffe von Verunreinigungen im allgemeinen nur sehr wenig beeinflußt zu werden scheint. Dagegen haben fremde Beimengungen bei amorphen Substanzen oder mikrokristallinen Schmelzen zumeist einen sehr erheblichen Einfluß auf die Tribolumineszenz. Diese Tatsache macht es sehr wahrscheinlich, daß es sich in den letztgenannten Fällen zum mindesten sehr oft um eine Wärmewirkung beim Reiben handeln wird, wodurch in der oben bereits geschilderten Weise eine in der betreffenden Substanz von früher her aufgespeicherte Erregung zur Verausgabung gebracht wird, mithin keine eigentliche Tribolumineszenz, sondern beispielsweise eine Photolumineszenz vorliegt.

Wenden wir uns nun zu der *theoretischen Deutung der Triboluminesszenzerscheinungen.* Eine frühere Annahme, daß alle triboluminesziereuden Kristalle polare Achsen besitzen, hemimorph oder hemiëdrisch seien, und infolgedessen die Tribolumineszenz das Aufleuchten bei einer piëzo- oder pyroelektrischen Entladung darstelle, ist dadurch hinfällig geworden, daß man viele triboluminesziereude Kristalle gefunden hat, die keine polaren Achsen besitzen. Sodann hat man angenommen, daß bei der permanenten Triboluminesszenz durch das Zerdrücken eine kleine Menge einer anderen Modifikation des betreffenden Stoffes entstehe, die sich dann unter Ausdehnung von selbst wieder in die ursprüngliche Form zurück verwandle, wobei dann die Reibung auf elektrischem Wege das Leuchten erzeuge. Für die temporär triboluminesziereuden Kristalle könnte dann angenommen werden, daß sie bei gewöhnlicher Temperatur schon pseudomorph und daher von inneren Spannungen erfüllt seien, die bei der leisesten Berührung zur Auslösung gelangten. Wenn auch dadurch der temporäre Charakter dieser Erscheinungen verständlich werden könnte, so muß man dennoch auch diese Annahme als unzureichend bezeichnen, da man vor allen Dingen die folgende experimentell festgestellte Tatsache durch sie nicht erklären kann: Wenn man inaktivierte, triboluminesziert gewesene Kristalle in völlig unverletztem Zustand noch so heftig zerdrückt, so leuchten sie durchaus nicht. Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, hat *Trautz* die Vermutung ausgesprochen, daß sich in den Kristallen Stellen verschieden großer elektrolytischer Dissoziation befinden. Die dadurch bedingte ungleiche Ionenverteilung soll Potentialdifferenzen hervorrufen, deren Ausgleich durch elektrische Entladung beim Zerbrechen des Kristalls die Tribolumineszenz darstellt. Aber auch ohne gewaltsamen Eingriff könnte ein allmählicher Ausgleich herbeigeführt werden, indem sich die ungleich verteilten Ionen mit der Zeit gleichmäßig verteilen und zu neutralen Molekülen vereinigen.

Zusammenfassend kann man sagen: sämtliche älteren Versuche, die Tribolumineszenz zu erklären, laufen darauf hinaus, sie als eine elektrische Funkenentladung aufzufassen. Dem steht entgegen, daß sich im allgemeinen recht hohe Potentialdifferenzen bilden müßten, damit es überhaupt zu einer Funkenentladung kommen kann. Die größte Schwierigkeit dabei bietet aber wohl, wie *Imhof*[8]) hervorgehoben hat, die folgende Tatsache.

Die Triboluminesszenzfähigkeit eines Körpers ist im allgemeinen abhängig von seiner Größe. Bezeichnet man mit *Imhof* als Minimalkorn einer triboluminesziereuden Substanz das kleinste Stoffteilchen derselben, dessen Tribolumineszenz eben noch sichtbar ist, so ergibt sich diese Minimalkorngröße z. B. für das Zinksulfid nach den Untersuchungen *Imhofs* zu 0,001—0,003 mm. Es kämen hier also, falls die Tribolumineszenz das Aufleuchten bei einer elektrischen Funkenentladung darstellt, Funken von der Größenordnung 1—0,1 μ in Frage, deren gute Sichtbarkeit recht zweifelhaft erscheinen muß.

Aus diesem Grunde hat *A. Imhof*[8]) im Anschluß an seine vorerwähnten Experimentaluntersuchungen eine wesentlich andere Theorie der Tribolumineszenz aufgestellt. Er hat dabei eine möglichst starke Anlehnung an die von *Lenard* entwickelten Anschauungen über das Wesen der Phosphoreszenz angestrebt; seine Grundgedanken sind die folgenden: Die mechanische Einwirkung hat mit der Erregung in den Zustand erhöhter Energie nichts zu tun, sondern sie wirkt lediglich als Auslösung. Notwendig ist das Auftreten eines Bruches, und dieses ist dann hinreichend, wenn der Bruch plötzlich erfolgt, nicht hinreichend dagegen, wenn er langsam und kontinuierlich erfolgt. Demzufolge muß die in einem Entweichen von Elektronen aus den Metallatomen der kristallisierten Substanz bestehende Erregung nicht das Resultat der mechanischen Einwirkung sein, sondern schon im flüs-

[8]) *A. Imhof*, Phys. Zeitschr. *18*, S. 374; 1917.

sigen Zustand der Substanz oder wahrscheinlicher während der Kristallbildung erfolgen. Ein lichtelektrischer Effekt kann dabei nicht vorliegen, da auch unter völligem Lichtabschluß kristallisierte Substanzen eine ungeschwächte Triboluminesszenz zeigen. Die Tatsache der Kristalloluminesszenz, die ja als identisch mit der Triboluminesszenz erkannt worden ist, zeigt, daß die Substanz schon sogleich nach der Bildung des Kristalls den erregten Zustand angenommen hat. Die entwichenen Elektronen haften stark an den Metalloidatomen, welche die Ausgangsatome umgeben. Erforderlich ist eine äußerst heftige Erschütterungswirkung, um die Elektronen zur Rückkehr zu veranlassen; und diese Rückkehr ist es, durch welche die Emissionselektronen des betreffenden Metallatoms zu Schwingungen angeregt werden, welche dann als das Triboluminesszenzleuchten wahrgenommen werden. Wie experimentell festgestellt werden konnte, vermögen auch Wärmeschwingungen unter Umständen auslösend zu wirken, so daß also bei höherer Temperatur der erregte Zustand weniger lang erhalten bleibt, als bei tieferer Temperatur.

Während also *Imhof* über den Vorgang der Erregung keine näheren Angaben macht, hat *P. Lenard*[7]) in einer Anmerkung gelegentlich einer anderweitigen Untersuchung ganz kurz darauf hingewiesen, wie sich die Erscheinung der Triboluminesszenz möglicherweise vollständig erklären ließe, wenn man den Einfluß der Molekularkräfte auf die Anordnung der beweglichen Teile der einzelnen Moleküle in einer Flüssigkeit berücksichtigt. Es ist ja eine bekannte Tatsache, daß an der Oberfläche von Flüssigkeiten die in das Innere der Flüssigkeit gerichteten Molekularkräfte größer sind als die nach oben gerichteten. Infolgedessen werden diese Molekularkräfte durch Drehungen oder durch innere Verzerrungen der Moleküle eine derartige Verschiebung der beweglichen Teile der einzelnen Moleküle verursachen, daß dadurch die massiveren Teile der Moleküle dem Innern der Flüssigkeit genähert werden. Diese inneren Massenverschiebungen der an der Oberfläche gelegenen Moleküle müssen bei der elektrischen Konstitution der sie aufbauenden Atome und bei der elektrischen Natur der die Atome im Molekül zusammenhaltenden chemischen Kräfte gleichbedeutend sein mit elektrischen Verschiebungen in Richtung der Oberflächennormalen, d. h. mit der Herstellung einer elektrischen Doppelschicht an der Oberfläche. Nun sind bekanntlich die massiveren Teile der Atome mit ihrer positiven Ladung verknüpft; es wäre also die äußere Belegung der Doppelschicht negativ zu erwarten. Diese Überlegung steht in bester Übereinstimmung mit der Tatsache, daß die bei der Wasserfallelektrizität in die Luft abgehenden Ladungen negativ sind. Wenn man nun bedenkt, daß bei der Kristallbildung aus einer Lösung die an das bereits ausgebildete Kristallstück herangehenden Salzmoleküle ebenfalls in der Richtung zum Kristall hin größeren Molekularkräften unterliegen als in anderen Richtungen, so wird man dazu geführt, auch bei den Kristallen eine infolge ihrer eigenen Kräfte gebildete Orientierung der Moleküle anzunehmen, die mit der Bildung einer elektrischen Doppelschicht verbunden ist. Ein Zerbrechen dieser Kristalle führt in irgend einer Form zu einer in der Luft stattfindenden Entladung, welche dann ihrerseits bewirkt, daß die Lumineszenz der Kristallmoleküle erregt wird und ein momentanes Leuchten stattfindet. Für die Existenz eines Zusammenhanges der Triboluminesszenz mit den Orientierungskräften im Kristall sprechen vor allem die interessanten Gesetzmäßigkeiten, die namentlich von *A. Andreocci*[8]) zwischen der Triboluminesszenz und dem optischen Drehungsvermögen verschiedener Kristalle aufgefunden worden sind, auf die hier aber nicht näher eingegangen werden soll. Ferner tritt die Triboluminesszenz niemals bei Stoffen auf, die gute Leiter der Wärme und der Elektrizität sind; außerdem ist sie zumeist in auffallender Weise von dem Medium abhängig, in dem sich der triboluminesszierende Stoff befindet. Alle diese Umstände sprechen, wie schon *Trautz*[9]) hervorhebt, stark zugunsten elektrostatischer Zusammenhänge. Trifft die von *Lenard* angedeutete Auffassung zu, so müssen sämtliche triboluminesszierenden Substanzen unter der Einwirkung ultravioletten Lichtes oder langsamer Kathodenstrahlen zur Lumineszenz gebracht werden können. Soweit ich bisher feststellen konnte, ist das in der Tat der Fall. Eine Entscheidung zwischen der Lenardschen und der Imhofschen Theorie können, wie ich zeigte[10]), die Versuche herbeiführen, die namentlich von *Imhof* über den Einfluß der Temperatur auf die Triboluminesszenz angestellt worden sind. Würde nämlich die Imhofsche Theorie zutreffen, so müßte man erwarten, daß bei Erhöhung der Temperatur zunächst eine Zunahme der Lichtintensität einsetzt, indem durch die erhöhte allgemeine Molekularbewegung die Abgabe der aufgespeicherten Elektronen wesentlich beschleunigt wird. Bei genügender Dauer der Erwärmung müßte auf diese Weise alle aufgespeicherte Erregung zur Verausgabung gelangen, die Triboluminesszenzfähigkeit also verloren gehen, ohne beim Abkühlen wieder erlangt zu werden. Die Erfahrung dagegen lehrt, daß z. B. beim Zinksulfid die Intensität der Triboluminesszenz mit steigender Temperatur abnimmt und beim Abkühlen wieder zunimmt, bis sie ihren ursprünglichen Wert erreicht hat. Nach der Lenardschen Theorie lassen sich diese Erscheinungen ungezwungen erklären. Bei Erhöhung der Temperatur werden infolge der erhöhten Molekularbewegung die elektrischen Doppelschichten gestört; je tiefer die Temperatur ist, desto ausgeprägter sind diese Doppelschichten, desto intensiver erscheint also auch das Leuchten der Triboluminesszenz. Auch die von mir festgestellte Tatsache, daß rotes oder ultrarotes Licht die Triboluminesszenzfähigkeit eines Körpers nicht zu beeinflussen vermögen, steht mit der Imhofschen Theorie im Widerspruch. Denn wie bekannt, wirkt solches Licht stark phosphoreszenzauslöschend; da nun nach *Imhof* die aufgespeicherte Erregung der Triboluminesszenz mit der der Phosphoreszenz identisch sein soll, so bleibt das verschiedene Verhalten der beiden Erscheinungen gegenüber langwelligem Licht unverständlich.

Zusammenfassend darf man daher sagen, daß die Lenardsche Theorie der Triboluminesszenz den beobachteten Tatsachen am besten gerecht wird. Die *Triboluminesszenz* wäre also als ein *Spezialfall etwa der Photoluminesszenz* erkannt, und damit die Gesamtheit der Lumineszenzerscheinungen auf ein einheitliches Erklärungssystem gebracht, dessen Grundlage die Lenardsche Elektronentheorie der Phosphoreszenz bildet.

H. Schmidt, Leipzig.

---

[7]) *P. Lenard*, Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. 1914, Abhandlg. 28, S. 39, Anm. 67.

[8]) *A. Andreocci*, Gazz. chim. *29*, I, S. 516; 1899.

[9]) l. c.

[10]) *H. Schmidt*, Phys. Zeitschr. *19*; 1918.

Besprechungen.

Klassiker der Naturwissenschaft und Technik. Kepler, Johann, Die Zusammenklänge der Welten. Herausgegeben und übersetzt von *Otto J. Bryk*. Jena, Eugen Diederichs, 1918. 368 S. Preis geh. M. 12,— + 20 % Verlagszuschlag.

Was kennt man wohl von *Kepler* im allgemeinen mehr als die 3 Gesetze, die seinen Namen tragen? Vielleicht weiß man noch, daß er auch einmal *Wallenstein* das Horoskop gestellt hat und sucht ihn für die Beschäftigung mit der Sterndeutekunst zu entschuldigen durch die äußere Notlage, in der er gelebt habe. Von seinen Hauptwerken aber sind wohl kaum die Titel, noch viel weniger der Inhalt bekannt. Da muß es denn als ein sehr verdienstvolles Unternehmen angesehen werden, wenn einem größeren Leserkreise eine geschickt getroffene Auswahl der Werke *Keplers* vorgelegt wird, der nicht nur Astronom, Physiker, Mathematiker und Philosoph gewesen ist, sondern auch als ganzer Mensch uns den Zeitgeist um die Wende des 16. Jahrhunderts zu vermitteln vermag.

Die Auswahl bringt, allerdings nicht in der historischen Reihenfolge, das Jugendwerk „Mysterium Cosmographicum" (1596), die streng wissenschaftliche „Astronomia nova" (1609) und die mystischen „Harmonices Mundi" (1618); daneben noch die „Dissertatio" an *Galilei* (1610) und einige Sätze aus der schon früher[1]) übersetzten „Dioptrice" (1611). Natürlich mußten auch diese Werke teilweise gekürzt wiedergegeben werden; aber die vom Übersetzer getroffene Auswahl ist im allgemeinen als sehr glücklich zu bezeichnen und überdies sind die fehlenden Abschnitte durch Inhaltsangaben ersetzt, die überall gut den Zusammenhang vermitteln.

Wertvoll zur Einführung in das Lebenswerk *Keplers* ist die Einleitung, in der auf 50 Seiten „Zeitbild, Stand der Wissenschaft; *Joh. Keplers* Leben und Werk" in einer Weise abgehandelt werden, die des Verfassers tiefes Eindringen in die Probleme und die geistigen Strömungen am Eingange der Neuzeit bekunden[2]). Es folgt noch eine kurze Selbstschilderung *Keplers* aus einem Briefe und dann zunächst die Übersetzung der *„Harmonices Mundi"*.

In der Vorrede bekennt sich *Kepler* als „Sachwalter des Kopernikus" und stellt sein Buch kühn allen Gegnern dieser Lehre zur Kritik hin. Das 1., 2. und 3. Buch (nur Inhaltsangaben) bringen die Grundlagen in Form von Untersuchungen über die geometrischen Figuren in der Ebene und im Raum, über Musik und Harmonielehre. Das 4. Buch, das mit nur geringen Auslassungen wiedergegeben ist, zeigt *Kepler* in jener für uns so merkwürdigen, ihm und seiner Zeit aber besonders eigenen Verquickung der Bewegungsverhältnisse am Sternenhimmel mit den musikalischen Harmonien. Es ist überschrieben: „Über den harmonischen Zusammenhang der Gestirneinflüsse; ihre Wirkung auf die Vorgänge im Luftkreise und andere Naturerscheinungen". Die Gestirne werden durchaus als Lebewesen aufgefaßt (die Erde z. B. mit dem widerspenstigen Rind oder dem schwerfälligen Elefanten verglichen) und daraus ergibt sich auch *Keplers* Stellung zur Astrologie, die er nur in ihren Auswüchsen verdammt, sonst aber entschieden verteidigt. Im 5. Buche, das unter anderem auch die drei Keplerschen Gesetze enthält, werden die Spekulationen noch weiter ausgesponnen und die Bahnelemente auf harmonische Verhältnisse untersucht. Man fühlt sich an die „Sphärenharmonie" der Griechen erinnert, wenn man von dem vierstimmigen Gesang der sechs Wandelsterne liest, dessen Tatsächlichkeit durch ein reiches Material an Zahlen nachgewiesen wird. Mit einem Abschnitt über die Sonne schließt das Werk, aus dessen Lektüre man den Eindruck mit fortnimmt, daß es geschrieben wurde von einem Menschen, dem sich in überströmendem Glücksgefühl aus einem unendlichen Gewirr von Zahlen das Weltganze herausschälte als ein musikalisches Kunstwerk von vollendeter Harmonie.

Als zweites Werk folgt das *„Mysterium Cosmographicum"* — „Schöpfungsgeheimnisse in Weltentiefen" übersetzt *Bryk* —. Auch hier wieder zum Eingang eine beredte Verteidigung der Lehren des *Kopernikus* und dann noch eine tiefsinnige Untersuchung über die Metaphysik der Mathematik. Dann tauchen die „fünf regelmäßigen Körper" auf, die man auf alten Holzschnitten (z. B. *Dürers* „Melancholia") so oft sieht. Auch sie müssen, bei der allgemeinen Harmonie der Welt, natürlich im Zusammenhange mit den Planetenbahnen stehen und *Kepler* wendet all seinen Scharfsinn auf, um ihre gegenseitigen Beziehungen und ihre Stellungen innerhalb des Planetensystems zu ergründen. Im 12. Abschnitt (die einzelnen Abschnitte sind zum Teil nur auszugsweise mitgeteilt) ist dann auch die Zeichnung eines Modells enthalten, die *Kepler* der Originalausgabe zur Veranschaulichung seiner Vorstellungen beigegeben hat.

An dritter Stelle findet man die *„Astronomia nova"* oder „Eine neue auf wahre Ursachen gegründete Sternkunde oder Naturlehre des Himmels aus Denkschriften über die Bewegung des Marsgestirnes abgeleitet". Dieses Werk enthält das eigentlich wissenschaftliche Vermächtnis *Keplers* an die Nachwelt und ist nur möglich gewesen auf der Grundlage der zahlreichen und für ihre Zeit überaus genauen Beobachtungen des Mars von Tycho Brahe. An den durch die Beobachtungen unzweifelhaft sichergestellten Ungleichheiten in der Bewegung des Mars konnte *Kepler* die Unhaltbarkeit der ptolemäischen Weltanschauung überzeugend darlegen, was zunächst im ersten und zweiten Teil geschieht. Der dritte Teil geht den Kräften nach, welche die Bewegung der Planeten bewirken und sieht ihren Sitz teils in der Sonne, teils in den Planeten selbst, zeigt auch, daß die Kraft mit der Entfernung von der Kraftquelle abnimmt. Im vierten Teile endlich gibt *Kepler* die vollständige Synthese: Die Bahn des Mars ist kein Kreis, sondern eine „vollkommene Ellipse".

Die *„Auseinandersetzung mit dem Sternenherold"* des *Galilei* ist mit Recht unverkürzt aufgenommen; zeichnet sie doch ein so plastisches Bild dieses einzigartigen Mannes. Die fast kindliche Begeisterung über die von *Galilei* gemeldete Entdeckung von vier Jupitermonden und zugleich die neidlose Anerkennung fremden Verdienstes; das kühne Vorausahnen künftiger Entdeckungen und das zielbewußte Arbeiten auf ihre Verwirklichung hin; das unbekümmerte Spiel der Phantasie und doch wieder das stete Zurückkehren zu dem unerläßlichen Fundamente der Beobachtungen: das ist

---

[1]) *H. Plehn: Keplers* Dioptrik *(Ostwalds* Klassiker Nr. 144, 1904).

[2]) Es möge an dieser Stelle noch auf ein Buch aufmerksam gemacht werden, das mir wie kaum ein zweites geeignet erscheint zur Einführung in die Weltanschauung des 16. Jahrhunderts: *Troels-Lund.* Himmelsbild und Weltanschauung im Wandel der Zeiten. Teubner, Leipzig.

der große Naturforscher der angehenden Neuzeit, der noch bei den Mystikern in die Lehre gegangen ist.

Man darf dem trefflichen Buche wohl allgemeine Verbreitung wünschen. Nur fürchte ich, wird eines ihm zum Schaden gereichen: das sind die Vergewaltigungen der deutschen Sprache, die sich der Übersetzer gestattet. Der Kampf gegen die Fremdwörter ist nur gutzuheißen; aber es bedarf denn doch der Vorsicht, wenn es sich um die Verdeutschung fachwissenschaftlicher Ausdrücke handelt, insonderheit bei einem Buche, das sich an einen größeren Leserkreis wendet. Der Fachmann wird vielleicht noch am ehesten erraten, daß mit „Jupiterumwandlern" die Monde des Jupiter, mit „Irrsternen" die Kometen gemeint sind; dem Laien wird das schwerer fallen. „Irrational" aber mit „unaussprechlich" zu übersetzen, ist doch wohl verfehlt und den Sinn der Wortbildung „Gestirnung" vermochte ich erst aus dem Zusammenhange an mehreren Stellen als „Konstellation" zu erraten. Und dann soll man auch konsequent sein. Wenn man schon „Harmonie" mit „Zusammenklang" übersetzt, muß man das überall tun, und wenn man Wortbildungen wie „Beobachtungmittel", „wirkungvoll", „Erfahrungbereich" schön findet (wenn man das zuerst liest, möchte man an Druckfehler glauben), dann darf man nicht an anderer Stelle von „Wirkungsgesetz", „Erfindungsgeschichte" sprechen oder gar in einem Atem schreiben „Einfalls- und Brechungwinkel".

Es handelt sich hier um rein formale Ausstellungen, die aber um des vortrefflichen *Inhaltes* des Buches willen um so mehr zu bedauern sind.

Hans Kienle, München.

Zuschriften an die Herausgeber.

Zur Begriffsbestimmung des chemischen Elements.

Einer freundlichen Aufforderung der Redaktion der „Naturwissenschaften", mich zu dem Aufsatz von Dr. *H. Remy* „Zur Begriffsbestimmung des chemischen Elements" zu äußern, Folge leistend, möchte ich bemerken, daß sich mir der Autor über die experimentellen Schwierigkeiten und Unmöglichkeiten der Isotopentrennung etwas zu leicht hinwegzusetzen scheint. Es ist nicht zutreffend, daß wir „mit Bestimmtheit sagen können, daß jedes Isotopengemisch zerlegt werden kann", denn es gibt bekanntlich auch Isotope von gleichem Atomgewicht, bei denen die auf die Massenverschiedenheit gegründeten Verfahren versagen müssen und wir nicht einmal theoretisch ein Mittel zur Trennung angeben können. Aber auch beim Vorhandensein von Differenzen im Atomgewicht liegt es nicht, wie man nach der Darstellung von Dr. *Remy* vermuten könnte, bloß am Konservativismus der Chemiker, daß diese Methoden „bis jetzt noch kaum benutzt sind"; einer Empfehlung, auch hier wie in andern Fällen jene Verfahren zu wählen, die „als die einfachsten und brauchbarsten erscheinen", bedarf es weniger, als des Beweises, daß die in Betracht kommenden Methoden, wenn schon nicht einfach, so doch wenigstens brauchbar sind. Die bisher in dieser Richtung angestellten Versuche sind fehlgeschlagen und es ist auch bei optimistischer Auffassung kaum zu erwarten, daß „jedes Isotopengemisch" zerlegt werden kann. Schon der Zerfall setzt bei vielen Radioelementen der Anwendung langwieriger Fraktionierungsverfahren eine unübersteigliche Schranke; bei einzelnen besonders günstig liegenden Fällen wird es wohl einmal möglich sein, eine wirkliche *Trennung* zu erzielen, bei weitaus den meisten, namentlich Isotopen von hohem Atomgewicht bei geringen Atomgewichtsdifferenzen, wird es schon als ein Erfolg gelten müssen, nur eine überhaupt nachweisbare *Verschiebung des Konzentrationsverhältnisses* zu bewirken.

Darin bin ich mit Dr. *Remy* ganz gleicher Ansicht, daß eine Definition des chemischen Elements sich auf die Unzerlegbarkeit, nicht — wie *K. Fajans* vorschlägt — auf die Unzerlegtheit stützen muß. Dies wurde bereits von *Otto Stern* auf der letzten Hauptversammlung der Deutschen Bunsengesellschaft hervorgehoben[1]). Wenn *Fajans* trotz der starken entgegenstehenden Bedenken die auch von Dr. *Remy* als unzulässig bezeichnete Formulierung wählte, und sich mit irgend einem beliebigen Beweis der Gemischnatur begnügte, so liegt der Grund eben in der Erkenntnis, daß auch in vielen Fällen, wo die Gemischnatur sicher ist, Zerlegungsversuche versagen werden. Ich halte den Wunsch von Dr. *Remy*, „die analytische Zerlegung als entscheidende Prüfungsmethode" für die chemischen Elemente beizubehalten und sich nicht „mit indirekten Methoden zu begnügen", für sehr berechtigt; gerade aus diesem Grunde wählte ich die Elementdefinition so, daß bei der „Elementaranalyse" nicht die Feststellung der einzelnen Isotope verlangt wird. Wenn man aber anderseits doch diese Forderung aufstellt, darf man nicht, wie Dr. *Remy*, gleichzeitig eine Entscheidung durch Zerlegung verlangen, ob ein Gemisch von Isotopen vorliegt oder nicht. Man muß zwischen den beiden Standpunkten wählen.

Dr. *Remy* bemängelt es, daß ich Stoffe, die allen chemischen Zerlegungsversuchen widerstehen, als chemische Elemente bezeichne, da es „keine allgemein gültige Grenze zwischen chemischen und rein physikalischen Vorgängen" gäbe und — wie er an einer anderen Stelle bemerkt — es „noch niemandem in den Sinn gekommen sei, die Wahl der Zerlegungsmethoden irgendwie beschränken zu wollen". Was den ersten Einwand betrifft, so ist es gewiß richtig, daß es Übergänge zwischen chemischen und andern (mechanischen und physikalischen) Trennungsverfahren gibt, nicht minder richtig ist es aber, daß in den uns hier interessierenden Fällen ein solcher Zweifel nicht bestehen kann, da die Methoden, die zur Isotopentrennung Erfolg versprechen und die sich sämtlich auf die Verschiedenheit der Masse gründen, auch bei weitester Fassung des Begriffs der chemischen Zerlegung typisch unchemische sind. Daß auch Forscher, deren Streben nach „wissenschaftlicher Exaktheit" keinem Zweifel unterliegen kann, es für möglich gehalten haben, zwischen mechanischen, physikalischen und chemischen Trennungsverfahren zu unterscheiden, dafür ist *van't Hoff* ein Beispiel. Ich verweise auf seine „Chemischen Grundlehren", wo man die zur Isotopentrennung empfohlenen Verfahren des Zentrifugierens und Schlämmens sogar ausdrücklich unter den typisch mechanischen aufgezählt findet[2]).

Was den zweiten Einwand anlangt, so ist es mir deshalb in den Sinn gekommen, die Zerlegungsmethoden zu beschränken, weil wir dadurch zu einer auch aus andern Gründen empfehlenswerten Systematik der che-

---

[1]) Vgl. die sich an den Vortrag von *K. Fajans* anschließende Diskussion (Zeitschr. f. Elektrochem. 1918).

[2]) Bezüglich des Schlämmens möchte ich dies besonders betonen, da unlängst überraschender Weise versucht worden ist, in der theoretischen Möglichkeit einer Zerlegung durch Schlämmen einen Gegenbeweis gegen meine Behauptung zu finden, daß Isotope durch kein chemisches Verfahren zu trennen sind. (S. Jahrb. d. Rad. u. Elektr. *15*, 101 (1918).)

mischen Elemente gelangen. Die gezogene Grenze ist nicht willkürlich, sondern gibt dem Chemiker die Möglichkeit, die Stoffe ebenso zu ordnen, wie es auf Grund der Kernladungszahl und im Einklang mit dem Licht- und Röntgenspektrum geschehen würde. Ich habe in meiner Arbeit erwähnt, daß eine in rein logischer Hinsicht vorzuziehende *theoretische* Definition folgende ist: *Ein Element ist ein Stoff, dessen sämtliche Atome gleiche Kernladung haben.* Was mich veranlaßte, trotzdem „für die praktischen Zwecke des Chemikers" die auf die chemische Unzerlegbarkeit gegründete *empirische* mehr zu empfehlen, war die Erwägung, daß eine direkte Prüfung auf Einheitlichkeit der Kernladung gegenwärtig noch recht umständlich und nicht bei allen Elementen ausführbar ist. Immerhin sind diese Versuche schon in einem viel weiter fortgeschrittenen Stadium als die bisher nur auf dem Papier ausgeführten Isotopentrennungen, schon *Moseley* hat ja gezeigt, wie bei gleichzeitigem Vorhandensein von Elementen mit verschiedener Kernladung ihre charakteristischen Röntgenlinien nebeneinander zur Geltung kommen. Wenn man sich darum, wie es in besonders hohem Maße Dr. *Remy* tut, in der Wahl eines Kriteriums der Elementnatur nicht von der Rücksicht auf experimentelle Schwierigkeiten beeinflussen läßt, so kann man ohne Änderung des prinzipiellen Standpunkts diese zweite Definition wählen. Ich halte die erste, sich auf die chemische Unzerlegbarkeit stützende, auch heute noch trotz der inzwischen erreichten Fortschritte in der Röntgenspektrogrammetrie für zweckmäßiger und für praktisch genügend scharf; bei der Beurteilung ihrer Berechtigung ist es freilich wichtig, sich zu vergegenwärtigen, daß die chemische Untrennbarkeit der Isotope nicht nur experimentell erprobt, sondern auch bereits so weit theoretisch erklärt und begründet ist, daß wir in dieser Grenze mehr als eine willkürliche Festsetzung erblicken dürfen[1]).

Die Bedenken, die ich seinerzeit gegen die Betrachtung von Isotopen als verschiedener Elemente geltend gemacht habe (hauptsächlich, daß wir dann kein experimentell feststellbares Kriterium dafür besitzen, ob ein Stoff ein Element oder ein Gemisch ist), bestehen also wohl noch völlig zu recht[2]). Ob man dennoch diese Bezeichnungsweise wählen oder es vorziehen wird, Isotope als verschiedene Arten desselben Elements anzusehen, bleibt natürlich im letzten Grunde Geschmackssache. Darüber zu diskutieren hat keinen Zweck, man kann nicht mehr tun, als die Tatsachen ohne Übertreibung, aber auch ohne Verkleinerung der Schwierigkeiten darzulegen und auf die Änderungen hinzuweisen, die nach Entdeckung der Isotopie jede Festsetzung der Elementdefinition in unsern bisherigen Vorstellungen von den chemischen Elementen in der einen oder andern Beziehung notwendig zur Folge hat. Manche werden es dann für zweckmäßig halten, mit Dr. *Remy* von einem „periodischen System der Stofftypen" und als Resultat der chemischen Analyse von den „als stofftypisch erkannten Substanzen" zu reden; sie bleiben darin im Rahmen der alten Vorstellungen, daß jedes „Element" ein bestimmtes Atomgewicht besitzt. Andere werden ungern auf das „periodische System der Elemente" verzichten, und es für richtiger halten, Isotope nur als chemisch nicht mehr unterscheidbare Unterarten dieser uns seit langem als Elemente vertrauten Typen zu bezeichnen; sie werden nur bei einem „Reinelement" ein bestimmtes Atomgewicht angeben, dagegen bei einem „Mischelement" von einem Verbindungsgewicht sprechen, das zwischen gewissen Grenzen schwanken kann[1]). Auch den Anhängern der letzteren Bezeichnungsweise sollte aber nicht imputiert werden, daß sie nur deswegen von den verschiedenen Atomgewichten sprechen, die ein Element haben kann, um die neuen Erfahrungen „möglichst eklatant" zum Ausdruck zu bringen; hat doch z. B. auch die internationale Atomgewichtskommission[2]) sich dieser Wendung bedient, der man ein Streben nach „möglichst eklatanter" Ausdrucksweise kaum zum Vorwurf machen kann.

Zum Schluß noch eine kurze Bemerkung zur Geschichte der Elementdefinition. Wer die Schriften *Boyles* kennt, wird nicht davon sprechen, daß „der Begriff des chemischen Elements von *Boyle* in vorbildlicher Weise naturwissenschaftlich exakt definiert worden ist". Man kann seinem Stil viele Vorzüge, namentlich sehr hohe literarische Qualitäten, nachrühmen, aber gerade die naturwissenschaftliche Exaktheit geht ihm ab. Der „Wortlaut der Boyleschen Definition", aus dem Dr. *Remy* auch Schlüsse zu ziehen sucht, stammt nicht von *Boyle*, sondern ist erst in viel späterer Zeit, erst nach *Lavoisier*, in chemischen Lehrbüchern üblich geworden; er entspricht dem Sinn nach dem, was *Boyle* an verschiedenen Stellen durch recht wortreiche Erklärungen mehr zu erläutern als zu definieren sich bemühte.

Wien, den 25. September 1918.

Dr. Fritz Paneth.

[1]) Bei der Definition eines Elements als eines Stoffes, der durch kein chemisches Verfahren zerlegt werden kann, ist stillschweigend vorausgesetzt, daß der betreffende Stoff überhaupt chemischer Reaktionen fähig ist; bei den Edelgasen versagt natürlich dieses Kriterium. Da unter den von Dr. *Remy* und andern gegen meine erste Definition erhobenen Einwänden dieser nicht gemacht worden ist, nehme ich an, daß die Ausschließung des Sonderfalls chemisch reaktionsloser Stoffe selbstverständlich genug ist, um nicht eigens in der Definition erwähnt werden zu müssen. Hier muß die zweite Definition herangezogen werden, die über die Zählung von Edelgasen mit verschiedenen Spektren als verschiedene Elemente keinen Zweifel läßt.

[2]) Bezüglich der näheren Begründung verweise ich auf meine Ausführungen in der Zeitschr. f. phys. Chem. *91*, 171 (1916).

[1]) Vgl. meine Notiz über Aufstellung einer „Elementtabelle und Atomtabelle" in der Zeitschr. f. phys. Chem. *92*, 677 (1918).

[2]) Zeitschr. f. Elektr. *23*, 25 (1917).

Chemische Mitteilungen.

Elektrolyseure zur Herstellung von unterchlorigsaurem Natrium für Wasserwerke, Abwasser- und Desinfektionsbetriebe. An Stelle der ziemlich verbreiteten Wassersterilisation mittels Chlorkalks empfiehlt Dr. *G. Erlwein* im Journal f. Gasbelchtg. u. Wasserversorgg., Bd. *59*, S. 537—540, die Anwendung von Natriumhypochloritlösung, die sich jedes Wasserwerk durch Elektrolyse einer Kochsalzlösung im eigenen Betriebe herstellen kann. Derartige Elektrolyseure sind in der chemischen Industrie schon seit längerer Zeit in Benutzung und haben sich hier bestens bewährt; sie werden sowohl von der Firma *Siemens & Halske*, als auch von den Siemens-Schuckert-Werken gebaut. Die S. & H.-Type ist mit horizontalen Elektroden aus Platinnetz ausgerüstet, die übereinander angeordnet und bipolar geschaltet sind. Die einzelnen Zellen sind in einem Sandsteingefäß treppenförmig übereinander angebracht und werden von der Kochsalzlösung im Schlangenweg durchflossen; die aus den Zellen aus-

tretende, gebrauchsfertige Hypochloritlösung wird in besonderen Kühlgefäßen mit Wasser gekühlt. — Bei den Siemens-Schuckert-Apparaten bestehen dagegen nur die Anoden aus Platin und die Kathoden aus Kohleplatten. Die Elektroden sind hier vertikal angeordnet, ihre Schaltung ist ebenfalls bipolar. Der Elektrolyseur besteht gewöhnlich aus zwei Steinzeugwannen, die mehrere Einzelzellen enthalten. Die Kühlung des Elektrolyten erfolgt hier im Bade selbst mittels Kühlzellen, die zwischen den einzelnen Zersetzungszellen liegen. Die beiden Apparattypen sind für Gleichstrom von 110 Volt bestimmt, als Elektrolyt dient bei der ersten Type eine 15-prozentige, bei der zweiten eine 11-prozentige Kochsalzlösung; die abfließende Hypochloritlösung enthält 20 bzw. 18 g aktives Chlor im Liter. Zur Erzeugung von 1 kg aktivem Chlor in Form von Natriumhypochlorit sind im einen Falle 6, im anderen 7,4 kWSt sowie 7,6 bzw. 6,2 kg Kochsalz erforderlich. Der Preis der Hypochloritlauge ist somit in der Hauptsache von den Kosten für Strom und Salz abhängig. Die Apparate werden für Leistungen von 0,29—2,29 kg aktivem Chlor stündlich gebaut und sind somit auch zur Desinfektion recht beträchtlicher Wassermengen verwendbar, da man in der Regel auf 1 cbm Wasser nur 1 g aktives Chlor rechnet.

Über die Synthese von Zyaniden im elektrischen Druckofen. Das Problem, aus Alkali- und Erdalkalioxyden oder -Karbonaten, Kohle und Stickstoff direkt zu Zyaniden zu gelangen, ist bereits häufig Gegenstand von Untersuchungen gewesen, namentlich hat sich *Hempel* in den neunziger Jahren des vorigen Jahrhunderts mit dieser Frage beschäftigt und gezeigt, daß es durch Druckerhöhung möglich ist, die Ausbeute an Zyanid merklich zu steigern, wennschon die absoluten Ausbeuten noch so niedrig waren, daß an eine technische Verwertung des Verfahrens nicht zu denken war. In jüngster Zeit hat nun *A. Stähler* von neuem diese Reaktion bearbeitet, und zwar unter Anwendung erheblich höherer Temperaturen und Drucke. Ebenso wie ihm früher durch Zusammenschmelzen von Boroxyd und Kohle im Stickstoffstrom die Darstellung von Bornitrid in guter Ausbeute gelang, so versuchte er nun unter Benutzung des nämlichen elektrischen Druckofens die Gewinnung von Zyaniden. Es wurden zunächst Gemische von Alkalikarbonaten mit der berechneten Kohlenmenge auf verschieden hohe Temperaturen bei wechselndem Stickstoffdruck erhitzt, wobei sich zeigte, daß bei 1 Atm. Druck nur ganz geringe Mengen Zyanid, oft sogar nur Spuren entstehen, daß dagegen bei etwa 60 Atm. Überdruck bis zu 74 % Alkalizyanid gebildet werden und daß von dem angewandten Alkalikarbonat mehr als 95 % in Zyanid verwandelt wurden. In gleicher Weise gelang die bisher noch nicht beschriebene Darstellung von Lithiumzyanid mit einer auf das vorhandene Lithium berechneten Ausbeute von 80 % Zyanid. Besonders bemerkenswert sind die Ergebnisse, die bei der Bildung des Bariumzyanids erhalten wurden. Während bei gewöhnlichem Druck aus Bariumoxyd, Kohle und Stickstoff vorwiegend Bariumzyanamid und nur sehr wenig Zyanid entsteht, wurde bei den hier angewandten hohen Drucken nur Bariumzyanid gebildet, und zwar enthielt das Endprodukt 74 % Zyanid, was einer auf das vorhandene Barium berechneten Ausbeute von über 80 % entsprach. Die Bildung von Magnesium- und Berylliumzyanid war dagegen auf diesem Wege nicht möglich. (Ber. Dt. Chem. Ges., Bd. 49, S. 2292—2294.)

Nichtstäubender Kalkstickstoff. Eine recht unangenehme Eigenschaft des Kalkstickstoffs ist sein starkes Stäuben beim Ausstreuen. Man hat daher schon zahlreiche Versuche unternommen, die Streufähigkeit des Kalkstickstoffs zu verbessern. Vor dem Kriege wandte man meist einen Zusatz von Mineralöl an, wodurch es in der Tat gelang, das Stäuben stark zu vermindern. Die Knappheit an Mineralöl zwang indessen auch hier nach einem Ersatzstoff Umschau zu halten. Versuche, die die Landwirtschaftliche Versuchsstation zu Danzig angestellt hat, ergaben, daß durch Vermengen des Kalkstickstoffs mit zirka 15 % Teer ein gut streufähiges Pulver erhalten wird, das sich auch längere Zeit lagern läßt, ohne sich zu verändern. Hinsichtlich seiner mechanischen Beschaffenheit ähnelt das Pulver trockenem Superphosphat. Die Kosten des Teerzusatzes sind recht gering und belaufen sich auf etwa 80 Pfg. für den Doppelzentner Kalkstickstoff. Der Stickstoffgehalt wird infolge des Teerzusatzes um etwa 2,5 % vermindert. Durch Düngungsversuche wurde der Beweis erbracht, daß der Wirkungswert des Kalkstickstoffs durch den Teerzusatz nicht beeinträchtigt wird. Bei einem Gefäßdüngungsversuch mit Hafer lieferten, wie die Österreich. Chemiker-Zeitung, Bd. XX, S. 183, berichtet, die mit rohem Kalkstickstoff beschickten Töpfe durchschnittlich 12,5 g Körner und 24,2 g Stroh, während Kalkstickstoff, der mit 10 % Teer versetzt war, 12,5 bzw. 21,6 g ergab; der Unterschied ist also sehr gering. Bei Anwendung von schwefelsaurem Ammoniak wurden 12,2 g Körner und 24,3 g Stroh erhalten, während ohne jede Düngung der Ertrag sich auf nur 7,1 bzw. 13,0 g belief. Auch durch Feldversuche auf einem Gute wurde nachgewiesen, daß die Wirkung des mit Steinkohlenteer behandelten Kalkstickstoffs in keiner Weise der des rohen Kalkstickstoffes nachstand. Die gute Streufähigkeit bleibt auch nach längerer Aufbewahrung erhalten, während mit Mineralöl behandelter Kalkstickstoff nach einiger Zeit wieder stäubend wird.

Korkersatz aus Azetylen. Bei der Einwirkung von Azetylen auf Kupfer, Nickel oder deren Oxyde bei einer Temperatur von 200—250° erhält man nach den Untersuchungen von *Erdmann* und *Köthner*, von *Sabatier* und *Senderens* und anderen Forschern eine eigenartige hellbraune Masse, die anscheinend ein Kohlenwasserstoff ist und den Namen „Cupren" erhielt. Während man unter gewöhnlichem Druck nun kein gleichmäßiges Erzeugnis erhält, erzielt man bei Anwendung eines konstanten Druckes von 15 cm Quecksilbersäule eine zusammenhängende, elastische und sehr leichte Masse, die gleichmäßig braun gefärbt ist und sich vorzüglich als Korkersatz eignet. Zur Herstellung dieser Masse benutzt man zweckmäßig einen hohlen, gut verschließbaren Metallzylinder aus irgend einem Metall mit Ausnahme von Kupfer oder Nickel, auf dessen Innenwand mittels einer Paraffinschicht feines Pulver von Kupfer, Nickel oder den Oxyden der beiden Metalle aufgetragen wird. Die Metalltrommel wird im Luftbade auf etwa 230° erhitzt und hierauf unter 15 cm Quecksilberdruck Azetylen hindurchgeleitet, wobei man für gleichbleibenden Druck im Innern der Trommel sorgt und diese beständig umdreht. Sie füllt sich unter diesen Umständen vollständig mit einer hellbraunen Masse, die man mit dem Messer schneiden und in jede beliebige Form bringen kann. Ihre Brennbarkeit kann durch Erhitzen im Luftstrom wesentlich vermindert werden. Die Masse eignet sich zur Herstellung von Schwimmanzügen, Rettungsringen, Schalldämpfern, ferner als Füllstoff für Fahrrad- und Automobilreifen sowie als Wärmeschutzmittel.

A. Sander, Darmstadt.

Für die Redaktion verantwortlich: *Dr. Arnold Berliner*, Berlin W 9.
Verlag von Julius Springer in Berlin W 9. — Druck von H. S. Hermann in Berlin SW

r-
ften

hon
keit
lege
an,
zu
in-
zu
chs-
rch
ein
uch
lin-
nelt
des
auf
off.
um
iche
des
ich-
afer
XX,
be-
und
%
ter-
von
und
der
rch
daß
lten
alk-
eibt
ähn-
nach

von
iner
ter-
tier
rtige
sser-
rend
iges
eines
eine
asse,
glich
lasse
ließ-
mit
nen-
von
talle
Luft-
5 cm
man
nmel
sich
hell-
und
nbar-
tlich
Her-
chall-
Auto-

dt.